



MINISTERUL
EDUCAȚIEI, CULTURII
ȘI CERCETĂRII

Ион Акири Андрей Брайков Ольга Шпунтенко Людмила Урсу

Математика

Учебник

5

КЛАСС



EDITURA
PRUT



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CULTURII ȘI CERCETĂRII

Ион Акири Андрей Брайков Ольга Шпунтенко Людмила Урсу

Математика

Учебник

5
КЛАСС

EDITURA
PRUT

Acest manual este proprietatea Ministerului Educației, Culturii și Cercetării.

Manualul școlar a fost realizat în conformitate cu prevederile curriculumului la disciplină, aprobat prin Ordinul Ministrului Educației, Culturii și Cercetării nr. 906 din 17 iulie 2019. Manualul a fost aprobat prin Ordinul Ministrului Educației, Culturii și Cercetării nr. 1219 din 06 noiembrie 2020, ca urmare a evaluării calității metodicо-științifice.

Школа/лицей _____ Учебник № _____				
Год пользования	Фамилия и имя учащегося	Учебный год	Состояние учебника	
			в начале года	в конце года
1				
2				
3				
4				
5				

- Учитель должен проверить правильность написания фамилии и имени ученика.
- Запрещаются записи на страницах учебника.
- Состояние учебника в начале и в конце года определяется оценками: *отлично, хорошо, удовлетворительно* или *плохо*.

Toate drepturile asupra acestei ediții aparțin Editurii Prut Internațional.

Reproducerea integrală sau parțială a textului sau a ilustrațiilor din această carte este permisă doar cu acordul scris al editurii.

Autori: *Ion Achiri*, doctor, conferențiar universitar, IȘE (Capitolele 3, 5)
Andrei Braicov, doctor, conferențiar universitar, UST (Capitolul 6)
Olga Șpunteco, profesoară, grad didactic superior, (Capitolele 2, 4)
Ludmila Ursu, doctor, profesor universitar, UPS „Ion Creangă” (Capitolele 1, 7)

Comisia de evaluare: *Aliona Lașcu*, grad didactic superior, LT „Mihai Eminescu”, Chișinău – coordonator
Dorin Afaņas, doctor, conferențiar universitar, UST
Ludmila Baș, grad didactic superior, LT „Constantin Stere”, Soroca
Nina Ungureanu, grad didactic I, LT „Lucian Blaga”, Iargara, Leova
Aliona Pislaru, grad didactic I, Gimnaziul Pociumbeni, Râșcani

Traducere din limba română: *Ludmila Ursu* (Capitolele 1, 7), *Antonina Erhan* (Capitolele 2, 3, 4, 5, 6)

Redactor: *Tatiana Rusu*

Corector: *Tatiana Șarșov*

Copertă: *Sergiu Stanciu*

Paginare computerizată: *Valentina Stratu*

Editura se obligă să achite deținătorilor de copyright, care încă nu au fost contactați, costurile de reproducere a imaginilor folosite în prezenta ediție.

© Editura Prut Internațional, 2020

© I. Achiri, A. Braicov, O. Șpunteco, L. Ursu, 2020

Editura Prut Internațional, str. Alba Iulia 23, bl. 1 A, Chișinău, MD-2051

Tel.: (+373 22) 75 18 74; (+373 22) 74 93 18; e-mail: office@prut.ro; www.edituraprut.md

Descrierea CIP a Camerei Naționale a Cărții

Математика: Учебник для 5-го класса / Ион Акири, Андрей Брайков, Ольга Шпунтенко, Людмила Урсу; traducere din limba română: Ludmila Ursu, Antonina Erhan; comisia de evaluare: Aliona Lașcu (coordonator) [et al.]; Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova. – Chișinău: Prut Internațional, 2020. – 228 p.

ISBN 978-9975-54-523-5

51(075.3)

M 340

Imprimat la F.E.-P. Tipografia Centrală. Comanda nr. 3204

1

Натуральные числа. Повторение и дополнение

§1 Чтение и запись натуральных чисел

В этом учебном году вы влились в самый многочисленный отряд школьников нашей страны – учащихся гимназической ступени образования. На 1 сентября 2020 года гимназистов в учебных заведениях Республики Молдова насчитывалось около **157 930** учащихся.



Успешного учебного года вам, полного прекрасных достижений!

Что знаем? Что узнаем?

- Числа, полученные в результате счета, называют **натуральными числами**: 0 живых динозавров существует на Земле; 1 Солнце на небе; 25 учащихся в классе; 100 сантиметров в одном метре и т. д.

- Заметим, что **0 – наименьшее натуральное число**. Можно ли найти наибольшее натуральное число? Если прибавить 1 к любому натуральному числу, каким бы большим оно ни было, то полученное число будет еще больше. Значит, **не существует наибольшего натурального числа**, а **ряд натуральных чисел бесконечен**: 0, 1, 2, 3, ...

Например: 23 и 24 – **последовательные натуральные числа**, так как $24 = 23 + 1$; 23 – число, **предшествующее** числу 24, а 24 – число, **последующее** числу 23.

Заметим, что **лишь нулю не предшествует другое натуральное число**, однако **любому натуральному числу последует другое натуральное число**.

- Как слова записывают буквами, так и числа записывают цифрами. Цифры **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8** и **9** называют **арабскими** потому, что они были распространены по миру арабскими купцами около 1200 лет тому назад. Но придуманы были эти цифры тремя веками раньше в Индии. Тогда же были созданы правила записи натуральных чисел по разрядам и классам.

- **Разряд** – место цифры в записи натурального числа справа налево.
- **Класс** – каждая группа из трех последовательных разрядов, начиная с первого. Любой класс состоит из **единиц, десятков** и **сотен** первого из входящих в него разрядов.

За классом миллионов следуют классы миллиардов, триллионов, квадриллионов, квинтиллионов и т. д. Для облегчения чтения и записи числа между классами оставляют промежутки.

Пример:

- Пишем: 3 185 202.
- Читаем: три миллиона сто восемьдесят пять тысяч двести два.
- Понимаем:

КЛАСС МИЛЛИАРДОВ				КЛАСС МИЛЛИОНОВ			КЛАСС ТЫСЯЧ			КЛАСС ЕДИНИЦ		
СОТНИ МИЛЛИАРДОВ	ДЕСЯТКИ МИЛЛИАРДОВ	ЕДИНИЦЫ МИЛЛИАРДОВ	СОТНИ МИЛЛИОНОВ	ДЕСЯТКИ МИЛЛИОНОВ	ЕДИНИЦЫ МИЛЛИОНОВ	СОТНИ ТЫСЯЧ	ДЕСЯТКИ ТЫСЯЧ	ЕДИНИЦЫ ТЫСЯЧ	СОТНИ	ДЕСЯТКИ	ЕДИНИЦЫ	
					3	1	8	5	2	0	2	
					три миллиона	сто	восемьдесят	пять тысяч	двести два			
НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО												

- Объясняем: 3 – это цифра миллионов;
1 – это цифра сотен тысяч;
десяткам тысяч соответствует цифра 8;
в разряде единиц тысяч стоит цифра 5;
цифра 2 находится на месте сотен и единиц;
на месте десятков стоит цифра 0.
- Итак, натуральные числа образуются как **суммы разрядных слагаемых**:

$$\begin{aligned}
 3\ 185\ 202 &= \underbrace{3 \times 1\ 000\ 000}_{3 \text{ миллиона}} + \\
 &+ \underbrace{1 \times 100\ 000}_{1 \text{ сотня тысяч}} + \underbrace{8 \times 10\ 000}_{8 \text{ десятков тысяч}} + \underbrace{5 \times 1\ 000}_{5 \text{ тысяч}} + \\
 &+ \underbrace{2 \times 100}_{2 \text{ сотни}} + \underbrace{0 \times 10} + \underbrace{2 \times 1}_{2 \text{ единицы}}
 \end{aligned}$$

Задания для понимания

- а) Прочитайте числа в каждом ряду:
 - 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, 10000000, 100000000, 1000000000;
 - 110, 1001, 10010, 101110, 1011101, 10010111, 101000100, 1001010000;
 - 37 133 073, 1 703 373, 717 730, 13 007, 7 100.
- б) Выберите: четырехзначные числа;
числа, записанные четырьмя различными цифрами.

- в) Найдите числа, в записи которых цифра 1 стоит в разряде:
- | | | |
|-----------|-----------------|---------------------|
| единиц; | единиц тысяч; | единиц миллионов; |
| десятков; | десятков тысяч; | десятков миллионов; |
| сотен; | сотен тысяч; | сотен миллионов. |



Работайте в парах! В каком из данных чисел цифра 1 стоит в другом разряде? Назовите этот разряд.

На каком месте в записи натурального числа не может стоять цифра 0?

2. Кто из учащихся называет последовательные классы?
Что называет другой учащийся?



единицы, тысячи, миллионы, миллиарды и т. д.

единицы, десятки, сотни, тысячи и т. д.



Упражнения и задачи

1. Используя арабские цифры, запишите количество жителей на 2020 год:
- в Республике Молдова – два миллиона шестьсот восемьдесят шесть тысяч шестьдесят четыре;
 - в Румынии – девятнадцать миллионов четыреста пять тысяч сто пятьдесят шесть;
 - в Китае – один миллиард четыреста четыре миллиона сто двадцать тысяч.
2. Прочитайте числа: 703; 5 036; 12 450; 36 007; 140 810; 900 003; 2 146 500; 5 033 080; 12 489 211; 499 580 060; 1 111 111 111; 3 205 000 840; 75 024 010 000.
3. Назовите для каждого данного числа предшествующее и последующее ему число: 1 310; 5 099; 9 999; 20 000; 99 999; 340 500; 1 000 000; 1 000 000 000.
4. а) Сколько нулей в записи числа: десять; сто; тысяча; миллион; миллиард?
б) Какое натуральное число записывается единицей, за которой следуют: 4 нуля; 5 нулей; 7 нулей; 8 нулей?



Приведите примеры других натуральных чисел, в записи которых: 2 нуля; 3 нуля; 4 нуля; 5 нулей.

5. Найдите и исправьте ошибки, которые допустил Нэтэфляцэ.

- Это число принадлежит к классу миллиардов.
- В сотнях числа стоит цифра 0.
- Это число порядка десятков миллиардов.
- В первом разряде стоит цифра 2.
- Число записано восемью цифрами.
- 25 354 069 – число, предшествующее данному числу.

25 354 068



6. а) Прочитайте и запишите натуральные числа арабскими цифрами.



• Самое высокое в мире здание – отель „Дубайская башня“. Его официальное открытие состоялось четвертого января две тысячи десятого года. Это впечатляющее строение высотой в восемьсот двадцать восемь метров искрится на солнце благодаря покрытию из двадцати восьми тысяч шестидесяти одной стеклянной панели.

• Самая большая колония муравьев была обнаружена в Японии на острове Хоккайдо: триста шесть миллионов муравьев на миллион восемьдесят тысяч муравьиных маток в сорока пяти тысячах сообществ между собой муравейниках.



б) Опишите записанные числа по образцу.

Образец: 45 604.

- Читаем: сорок пять тысяч шестьсот четыре.
- Это натуральное число класса тысяч, порядка десятков тысяч.
- Это пятизначное число. В его записи использованы цифры: 4, 5, 6, 0.
- Разложив его как сумму разрядных слагаемых, получим:
$$4 \times 10\,000 + 5 \times 1\,000 + 6 \times 100 + 0 \times 10 + 4.$$
- В натуральном ряду чисел ему предшествует число 45 603 и последует число 45 605.

7. Найдите натуральное число, зная предшествующее ему число: 3 459; 7 899; 50 500; 199 999; 3 000 999.

8. Найдите натуральное число, зная последующее ему число: 11 000; 60 000; 200 020; 1 345 799.

9. Запишите цифрами числа, разложенные как суммы разрядных слагаемых:

а) $3 \times 10 + 8;$ $4 \times 10 + 5;$

б) $6 \times 100 + 2 \times 10 + 1;$ $8 \times 100 + 4 \times 10 + 9;$

в) $5 \times 100 + 7 \times 10;$ $3 \times 100 + 2;$

г) $4 \times 1\,000 + 8 \times 100 + 1 \times 10 + 2;$ $7 \times 1\,000 + 3 \times 100 + 9 \times 10 + 5;$

$1 \times 1\,000 + 1 \times 100 + 3 \times 10;$ $6 \times 1\,000 + 2;$

д) $4 \times 10\,000 + 6 \times 1\,000 + 2 \times 100 + 2 \times 10 + 3;$

$8 \times 10\,000 + 9 \times 1\,000 + 3 \times 10 + 6;$

$5 \times 100\,000 + 2 \times 10\,000 + 7 \times 1\,000 + 2 \times 100;$

$3 \times 1\,000\,000 + 6 \times 100\,000 + 4 \times 10\,000 + 9 \times 1\,000 + 5.$

10. Представьте числа в виде суммы разрядных слагаемых:
47; 295; 9 247; 6 803; 42 017; 824 009; 3 620 050.

11. Запишите два натуральных числа, используя лишь цифры 8 и 9. Уточните, к какому классу принадлежит каждое из записанных чисел. Что или кого можно было бы сосчитать, чтобы в результате получить эти числа?

12. Выявите закономерность и найдите все натуральные числа, которые могут следовать в ряду чисел:
 а) 666 666, 555 555, 444 444; б) 666 666, 55 555, 4 444;
 в) 9 999 991, 9 999 919, 9 999 199; г) 999 999 991, 99 999 991, 9 999 991.

13. Найдите все натуральные числа, которые:
 а) принадлежат к классу единиц и записаны лишь цифрой 1;
 б) принадлежат к классу тысяч и записаны лишь цифрой 2;
 в) принадлежат к классу миллионов и записаны лишь цифрой 7.

14. Найдите все трехзначные натуральные числа, в записи которых встречаются лишь числа: а) 4, 5 и 0; б) 4, 5 и 1.

15. Проект *Из истории записи натуральных чисел*

Соберите интересную информацию о цифрах и правилах записи натуральных чисел, используемых в древние времена. Проанализируйте и найдите недостатки, из-за которых люди больше не пользуются ими вообще или используют редко. Проявите творческий подход в оформлении и предоставлении данных, рисунков, примеров, идей!

Эскиз примера

- Римские цифры появились в Древнем Риме. Их использовали по всей Европе до появления арабских цифр. Ими пользуются и сегодня для обозначения порядкового номера, в нумерации веков и в других различных надписях.

- Римские цифры представляют собой прописные буквы латинского алфавита. В четвертом классе вы познакомились с римскими цифрами, которые встречаются чаще:

I	V	X
1	5	10

Другими римскими цифрами, которые встречаются реже являются:

L	C	D	M
50	100	500	1000

- Правила:

IV ⇨ 5 – 1 = 4

VI ⇨ 5 + 1 = 6

XXX ⇨ 10 + 10 + 10 = 30

- Примеры:

- I (первое) место;
- XXI (двадцать первый) век;
- V (пятый) класс;
- III (третье) тысячелетие.



Королева Великобритании
Елизавета II

- Недостатки:

- Число 0 нельзя записать римскими цифрами.
- Арабские цифры изменяют значение в зависимости от занимаемого места в записи числа. Например, в числе 232 цифра 2 принимает один раз значение двух единиц, а во второй раз значение двух сотен. Римские цифры не обладают таким свойством. Какое бы место в числе не занимала, например цифра X, ее значение всегда десять. Поэтому запись больших чисел римскими цифрами затруднительно.

§ 2 Сравнение, упорядочивание и приближение натуральных чисел

1. Сравнение и упорядочивание натуральных чисел

Исследуем и узнаем

• За предыдущую контрольную работу Шпунтик получил отметку 8. Накануне новой контрольной члены его семьи строили прогнозы.

Вначале допустили, что теперь Шпунтик получит отметку a . Затем каждый записал свой прогноз о том, какой будет новая отметка по отношению к предыдущей.

Папа: $a = 8$
равно

Мама: $a \neq 8$
не равно

Брат: $a < 8$
меньше

Сестра: $a > 8$
больше



Дедушка: $a \leq 8$
не больше, то есть
меньше или равно

Бабушка: $a \geq 8$
не меньше, то есть
больше или равно

• Шпунтик получил отметку 9. Чьи прогнозы сбылись?

$$9 \neq 8$$

$$9 > 8$$

$$9 \geq 8$$

• Чьи прогнозы сбылись бы, если бы Шпунтик получил:

а) отметку 7; б) отметку 8?

Что знаем? Что узнаем?

• Натуральные числа обозначают строчными латинскими буквами: a , b , n , m и др.

• Любые два натуральных числа либо равны друг другу, либо не равны (отличны друг от друга).

То, что натуральные числа a и b равны между собой, записывается как **равенство**:

$$a = b.$$

равно

То, что натуральные числа a и b не равны между собой, можно записать по-разному:

$$a \neq b$$

не равно

строгие неравенства
 $a < b$ или $a > b$
меньше больше

нестрогие неравенства
 $a \leq b$ или $a \geq b$
меньше или равно больше или равно

Отношение неравенства трех натуральных чисел можно записать в виде **двойного неравенства**.

Пишем:

$$10 < a < 25$$

$$0 \leq b < 4$$

Читаем:

a больше 10 и меньше 25.

b больше или равно 0 и меньше 4.

• То, что натуральные числа a, b, c упорядочены в порядке возрастания, означает, что они расположены от наименьшего к наибольшему: $a < b < c$.

Упорядочение в порядке убывания предполагает расположение чисел от наибольшего к наименьшему: $a > b > c$.

Задания для понимания

1. Выявите верные неравенства.

$$1\ 540 < 15\ 400$$

$$7 \leq 10$$

$$42 \leq 12$$

$$8 \leq 8$$

$$3\ 027 > 3\ 207$$

$$7 \geq 9$$

$$36 \geq 33$$

$$4 \geq 4$$

2. Назовите все натуральные числа, которые:

а) меньше шести;

д) содержатся между 80 и 75;

б) меньше либо равны четырём;

е) следуют от 9 098 до 9 101;

в) однозначны и больше пяти;

ж) содержатся между 107 и 112;

г) двузначны и больше либо равны 97;

з) следуют от 10 000 до 9 996.

3. Сравните числа. Обоснуйте ответы.

$$2\ 345 \text{ и } 23\ 450;$$

$$46\ 072 \text{ и } 27\ 985;$$

$$345\ 112 \text{ и } 341\ 526;$$

$$292\ 483 \text{ и } 292\ 491;$$

$$500\ 608 \text{ и } 50\ 603;$$

$$11\ 234 \text{ и } 11\ 234.$$



Работайте в парах! Выберите числа порядка десятков тысяч и запишите их в порядке возрастания.

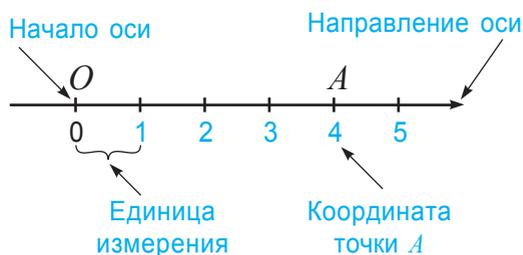
Выберите числа порядка сотен тысяч и запишите их в порядке убывания.

2. Представление ряда натуральных чисел на числовой оси

Исследуем и узнаем

Как построить числовую ось

- Проведем прямую и отметим на ней точку O – **начало оси**.
- Обозначим стрелкой **направление оси**.



- От начала и по направлению оси отложим ряд последовательных отрезков равной длины. Эту длину будем считать **единицей измерения** на оси, а построенные отрезки назовем **единичными**.
- Получим на прямой ряд точек. Запишем под каждой из полученных на оси точек число единичных отрезков: от начала оси до соответствующей точки. Это число выражает (в единицах измерения на оси) расстояние от начала оси до соответствующей точки и называется **координатой точки**. Например, на рисунке со страницы 9: точка A с координатой 4. Пишем $A(4)$.

Задания для понимания

1. Представьте на оси точки, координатами которых являются:
 - а) 8, 12, 15;
 - б) числа не больше пяти;
 - в) однозначные числа не меньше пяти.
2. Определите единичный отрезок на каждой оси. Запишите координаты точек, обозначенных буквами.



3. Подберите подходящий единичный отрезок и представьте на оси:
 - а) все натуральные числа меньше или равные 100 и составленные из круглых десятков;
 - б) все натуральные числа меньше или равные 1 000 и составленные из круглых сотен;
 - в) все натуральные числа меньше или равные 10 000 и составленные из круглых тысяч.

Возьмите на заметку



Представление на числовой оси облегчает сравнение натуральных чисел: меньшее число расположено на оси левее большего числа.



Вы уже встречали числовую ось при изучении истории в IV классе. Вспомните, как называется ось, на которой располагают исторические события в хронологическом порядке. В чем может помочь эта ось?

Применяем и объясняем

4. Объясните на числовой оси свойства ряда натуральных чисел:
- а) 0 – наименьшее натуральное число;
 - б) любому натуральному числу последует другое натуральное число;
 - в) за любым натуральным числом n следует другое натуральное число $n + 1$;
 - г) любому ненулевому числу (отличному от 0) предшествует другое натуральное число;
 - д) ненулевому натуральному числу n предшествует число $n - 1$.
5. Прочитайте, затем проиллюстрируйте на оси свойства числовых неравенств: а) если $a < b$, то $b > a$; б) если $a < b$, а $b < c$, то $a < c$; в) если $a > b$, а $b > c$, то $a > c$.

3. Округление натуральных чисел

Исследуем и узнаем

• Раз в 10 лет в нашей стране проводится перепись населения – регистрация данных о количестве жителей. По данным переписи 2004 г., в селе Спикоаса Кагульского района было зарегистрировано 252 жителя.

• Объясните, почему это число может варьировать. Какие цифры в этом числе могли бы, скорее всего, измениться через: несколько дней; несколько месяцев; год?

- Учитывая возможные изменения, выполним **округление числа** жителей:



$$252 \approx 250$$

приблизительно равно

Получили число, меньше данного
($250 < 252$).

или



$$252 \approx 300$$

приблизительно равно

Получили число, больше данного
($300 > 252$).

Обобщаем и объясняем

- В прямом смысле округлить означает придать объекту круглую форму.
- Натуральные числа, состоящие из полных десятков, полных сотен, полных тысяч и т. д., также называются круглыми числами. Они оканчиваются одним или несколькими нулями.

Округлить натуральное число:

до десятков означает заменить его ближайшим числом, состоящим из полных десятков;

до сотен означает заменить его ближайшим числом, состоящим из полных сотен;

до тысяч означает заменить его ближайшим числом, состоящим из полных тысяч и т. д.

• Для округления натурального числа до определенного разряда можно использовать числовую ось как в случае, рассмотренном выше. Например, для округления числа 74 до десятков изображаем числовую ось и определяем:

• какие два числа, состоящие из полных десятков, расположены ближе к 74: 70 и 80;

• к какому из этих двух чисел 74 расположено ближе: к 70.

Значит, при округлении числа 74 до десятков получаем меньшее число: $74 \approx 70$.

Заметим, что округляя числа 74, 73, 72, 71, получим также 70 – меньшее число.

А округляя числа 75, 76, 77, 78, 79, получим число 80 – большее число.

• Обобщив, можно сформулировать алгоритм, основанный на расположении цифры справа от разряда, до которого надо округлить.

Чтобы округлить натуральное число до определенного разряда:

① подчеркиваем цифру разряда, до которого надо округлить;

② переписываем цифры, стоящие слева от подчеркнутой цифры, и обращаем внимание на цифру справа от нее:

если записана цифра меньше 5, то не изменяем подчеркнутую цифру;

если записана цифра больше или равная 5, то изменяем подчеркнутую цифру, увеличив ее на единицу.

③ заменяем нулями все цифры, стоящие справа от подчеркнутой цифры.

Рассмотрим округление числа 17 486:

а) до тысяч.

$$\begin{array}{r} \text{Т} \\ \underline{17} 486 \approx 17\,000 \\ \downarrow \\ 4 < 5 \end{array}$$

б) до сотен.

$$\begin{array}{r} \text{С} \\ 17 \underline{4} 86 \approx 17\,500 \\ \downarrow \\ 8 \geq 5 \end{array}$$



Работайте в парах!

1. Округлите данные числа:

а) до десятков: 32; 97; 55; 734; 306; 455; 1019; 3651; 9993;

б) до сотен: 286; 742; 453; 612; 1425; 5508; 9059;

в) до тысяч: 8478; 47777; 120162; 209728;

г) до десятков тысяч: 174174; 888888; 2525252.

Работайте, применив информацию из рубрики **Обобщаем и объясняем**: один учащийся использует числовую ось (изобразив ее или сделав эскиз), другой применяет алгоритм, основанный на расположении цифры справа от разряда, до которого надо округлить. Затем поменяйтесь ролями.

2. Рассмотрите данные переписи населения 2014 года, проанализировав число жителей трех районов Республики Молдова. Определите, до какого разряда лучше округлить каждое из этих чисел, затем выполните округление и обоснуйте полученные ответы.
 Бричаны – 70 029; Унгены – 101 064; Тараклия – 37 357.



Упражнения и задачи

1. Выявите верные неравенства:

- а) $7\,908 > 7\,899$; б) $3\,540 > 35\,400$;
 $15\,472 < 15\,462$; в) $28\,309 < 29\,039$;
 $268\,500 < 268\,730$; г) $561\,004 > 651\,004$;
 в) $7\,564\,361 \leq 7\,564\,361$; г) $4\,890\,989 \geq 4\,890\,989$;
 $10\,030\,000 \leq 10\,300\,000$; $4\,000\,400 \geq 6\,000\,600$.

2. Запишите в порядке возрастания все натуральные числа:

- а) больше числа 9 995, но меньше числа 10 010;
 б) содержащиеся между числами 1 100 997 и 1 101 003.

3. Отметьте на оси точки, координатами которых являются натуральные числа:

- а) 4, 9, 11; б) от 2 до 12; в) содержащиеся между числами 12 и 18.

4. Округлите каждое из данных чисел до разряда:

- а) десятков; б) сотен; в) тысяч.

4275

80973

115046

5. Исследование показывает, что в 2020 году, население Земли можно распределить следующим образом:



	Население (в миллионах)
Африка	1 312
Америка	тысяча тридцать восемь
Азия	4 582
Европа	744
Австралия	сорок два

- а) Запишите население с помощью цифр.
 б) Запишите численности населения в порядке возрастания.

6. Запишите наибольшее, затем наименьшее натуральное число:

- а) однозначное; б) двузначное; в) трехзначное;
 г) четырехзначное; д) шестизначное.

14. Заполните каждый \square цифрой 2 или 5 так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $2 \square \square 5 < 2 \square 2 \square$

в) $5 \square \square 5 > 5 \square 5 \square$

д) $2 \square \square 5 \geq 2 \square 5 \square$

б) $\square \square 22 < 5 \square \square 2$

г) $2 \square 2 \square > 2 \square 2 \square$

е) $25 \square \square \leq \square \square 25$

15. Используя цифры 0, 5, 4, 2, 6, запишите:

а) наибольшее возможное число;

б) наименьшее возможное число.

Внимание! Каждая цифра используется только один раз.

16. Приведите пример пяти последовательных натуральных чисел и опишите их, используя выражения:

а) меньше, чем ...;

б) больше, чем ...;

в) больше, чем ..., но меньше, чем ...;

г) больше или равны ..., но меньше или равны ...;

д) меньше либо равны ...;

е) больше либо равны ...;

ж) от ... до ...;

з) содержащиеся между числами ... и

17. Найдите наименьшее, затем наибольшее из натуральных чисел в классе:

а) единиц;

б) тысяч;

в) миллионов;

г) миллиардов.

18. Проект *Хронология изобретений*

- Соберите информацию о 7 важных изобретениях XX века (например, первый автомобиль, телефон, первое радио и т. д.).
- Постройте хронологический отрезок для этого периода времени (1901–2000 гг.), выбрав соответствующий единичный отрезок. Отметьте на этом отрезке года, когда были изобретены выбранные вами 7 изобретений.
- Опишите каждое изобретение 2–3 предложениями. Выразите свое мнение по поводу важности данных изобретений в жизни и деятельности людей.

19. Аня и Коля живут на улице Садовой. Определите адрес, по которому проживает:

а) Аня, если номер ее дома – это наибольшее из всех натуральных чисел, при округлении которых до десятков получается 20;

б) Нику, если номер его дома – это наименьшее из всех натуральных чисел, при округлении которых до десятков получается 20.

§ 3 Сложение и вычитание натуральных чисел

1. Сложение натуральных чисел

Исследуем и узнаем

- Решите задачу.
Запишите решение примером.

По данным Национального бюро статистики Республики Молдова, на 1 января 2019 года в городе Кагул зарегистрировано около 39 400 жителей, в муниципии Бельцы – около 151 800 жителей, в городе Сороки – 37 900 жителей, а в муниципии Кишинев – примерно на 582 200 жителей больше, чем вместе в Кагуле, Бельцах и Сороках. Сколько примерно жителей было зарегистрировано в столице нашей страны на 1 января 2019 года?



Какие слова в тексте задачи обосновывают выполнение каждого из действий сложения?



Герб муниципия Кишинэу

- Сумма двух или более натуральных чисел – тоже натуральное число.
- Числа, которые складывают, называются **слагаемыми**.
- Словом **сумма** называют как число, полученное в результате действия сложения, так и запись слагаемых, соединенных знаком плюс (+).

слагаемые

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ a + b = c \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ \text{сумма} \end{array}$$

Свойства сложения

1. Переместительный закон

$$3 + 2 = 2 + 3$$

От перестановки мест слагаемых сумма не меняется.

$$a + b = b + a,$$

для любых натуральных чисел a и b .

2. Сочетательный закон

$$(3 + 2) + 4 = 3 + (2 + 4)$$

При любом сочетании слагаемых сумма не меняется.

$$(a + b) + c = a + (b + c),$$

для любых натуральных чисел a , b и c .

3. Нейтральный элемент 0

$$2 + 0 = 0 + 2 = 2$$

Прибавление нуля не влияет на результат сложения.

$$a + 0 = 0 + a = a,$$

для любого натурального числа a .

Применяем свойства сложения

1. Дополните числами, чтобы получить верные равенства. Назовите соответствующие свойства сложения.

а) $346 + \square = 289 + 346$

б) $4\,258 + \square = 4\,258$

в) $(547 + \square) + 629 = 547 + (364 + 629)$

2. Вычислите, сочетая слагаемые удобным способом:

а) $254 + 89 + 11$

б) $899 + 576 + 201$

в) $555 + 3\,010 + 445 + 5\,090$

$145 + 55 + 598$

$391 + 280 + 220 + 109$

$2\,005 + 768 + 32 + 995 + 19$

2. Вычитание натуральных чисел

Исследуем и узнаем

• „Кенгуру“ – самый популярный в мире математический конкурс.

В 2019 году в этом конкурсе соревновались 6 287 840 учащихся со всего мира, а в 1994 году, когда этот конкурс проводился впервые, в нем приняли участие на 5 722 740 учеников меньше.

В 1994 году в „Кенгуру“ приняли участие 500 школьников из Республики Молдова, а в 2019 году их было уже 48 363.



Используя приведенную информацию, составьте задачи, решаемые действием вычитания.

а) Запишите примером решение каждой задачи.

б) Укажите компоненты и результат каждого выполненного действия вычитания.



уменьшаемое вычитаемое



• **Вычитание – это действие, обратное сложению.**

$$5 - 3 = 2$$

$$2 + 3 = 5$$

Сложение и вычитание – взаимобратные действия.

$$a - b = c$$

$$c + b = a$$

Если a и b – натуральные числа и $a \geq b$, то их разность – это натуральное число c , для которого $c + b = a$.

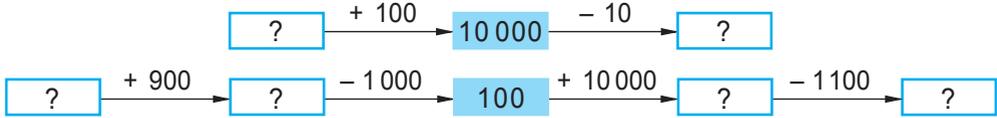
Вспомните

Порядок выполнения действий

- Если в примере без скобок встречаются лишь действия сложения или вычитания, то их выполняют в порядке их следования в записи.
- В примерах со скобками сначала выполняют действия в скобках.

Применяем взаимосвязь сложения и вычитания

1. Дополните каждую цепочку отсутствующими числами.



Как найти неизвестный компонент сложения?
А вычитания?

2. Найдите числовое значение каждой буквы. Поясните по образцу.

$$\begin{array}{lll} \mathbf{E} - 2317 = 2317 & 201\,000 - \mathbf{Ш} = 199\,905 & \mathbf{И} + 852 = 10\,000 \\ 2004 + \mathbf{E} = 100\,000 & 2361 - \mathbf{Ы} = 2085 & \mathbf{Н} - 49 = 5071 \\ 104\,685 - \mathbf{М} = 104\,685 & \mathbf{Л} - 1067 = 933 & \end{array}$$

Запишите буквы в порядке возрастания их числовых значений и узнаете, развитию чего способствует изучение математики.

Образцы:

$x + 2 = 5$
 x – неизвестное слагаемое. Чтобы его найти, из суммы 5 вычтем известное слагаемое 2:
 $x = 5 - 2$.
Значит, $x = 3$.

$x - 3 = 7$
 x – неизвестное уменьшаемое. Чтобы его найти, прибавим к разности 7 вычитаемое 3:
 $x = 7 + 3$.
Значит, $x = 10$.

$8 - x = 6$
 x – неизвестное вычитаемое. Чтобы его найти, вычтем из уменьшаемого 8 разность 6:
 $x = 8 - 6$.
Значит, $x = 2$.

Упражнения и задачи

1. Выполните действия: $48 + 452$; $500 + 2605$; $19527 + 500$;
 $1100 - 600$; $500 - 370$; $4444 - 500$.



Чем является число 500 в каждом из выполненных действий?

2. Вычислите, сочетая слагаемые удобным способом:

$65 + 84 + 35 + 44 + 56 + 16$

$27 + 295 + 94 + 105 + 23 + 206$

$418 + 315 + 99 + 455 + 82 + 501$

$2\,040 + 1\,580 + 8\,060 + 5\,674 + 1\,420$

3. *Круговые примеры.* Решите первый пример, затем тот, который начинается с полученного числа. Продолжив таким образом, вы вернетесь обратно к первому примеру.

$1095 + 307 - 52 = \boxed{}$



$10000 - (4405 + 4500) = \boxed{}$

$2510 - 1092 + 8582 = \boxed{}$

$3030 + 1947 - 2467 = \boxed{}$

$1350 - 870 - 283 = \boxed{}$

$197 + 2330 + 503 = \boxed{}$

4. Дано число 5 555. Запишите число:

а) больше данного на 5 единиц;

б) меньше данного на 5 единиц;

в) больше данного на 5 десятков;

г) меньше данного на 5 десятков;

д) больше данного на 5 сотен;

е) меньше данного на 5 сотен;

ж) больше данного на 5 тысяч;

з) меньше данного на 5 тысяч.



Кто найдет самый эффективный способ вычисления суммы всех полученных чисел?

5. Богатыри Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алеша Попович купили по кольчуге. В кольчуге Ильи Муромца – 745 колец, в кольчуге Добрыни Никитича – 497 колец, а в кольчуге Алеши Поповича – 218 колец.

Сформулируйте по-разному вопрос задачи соответственно ее решению:

а) $745 - 497$

б) $745 - (497 + 218)$



Округлите до сотен число колец в кольчуге Ильи Муромца. Полученное число больше или меньше данного? На сколько?

6. Найдите пропущенные числа:

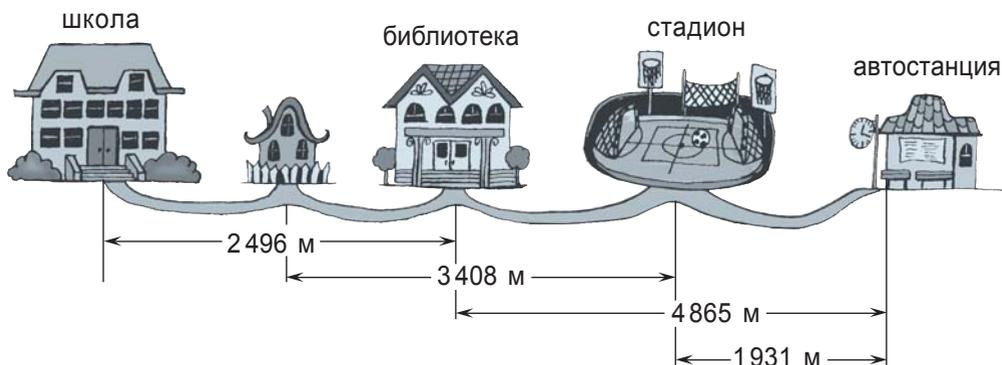
а) $15\,463 + \star = 18\,525$;

б) $408\,467 - \star = 28\,674$;

$\star + 89\,127 = 367\,025$;

$\star - 180\,800 = 144\,334$.

7. Составьте и решите задачи по рисунку.



8. **Работайте в парах!** Сравните не вычисляя. Поясните ход рассуждений.

$999 + 555$ $999 - 555$

$555 + 777$ $777 + 555$

$888 + 222$ $999 + 222$

$444 + 888$ $444 + 999$

$999 + 333$ $777 + 333$



$222 - 88$ $333 - 88$

$555 - 77$ $111 - 77$

$400 - 55$ $400 - 99$

$900 - 66$ $900 - 33$

16. Применяя свойства сложения, вычислите наиболее рациональным способом:

а) $87 + 29 + 13$;

б) $55 + 23 + 45 + 177$;

в) $12045 + 85 + 160$;

г) $199 + 991 + 10$.

17. Выявите закономерность и найдите следующее число в каждом ряду:

а) 125, 152, 179, 206;

б) 125, 152, 215, 251;

в) 8765, 8756, 8747;

г) 8765, 8756, 8576;

д) 90, 100, 120, 150, 190;

е) 1000, 999, 997, 994, 990;

ж) 91, 92, 82, 83, 73, 74;

з) 50, 40, 140, 130, 230, 220, 320.

18. Вычислите и запишите примером:

а) число на 34 больше, чем разность чисел 80 и 55;

б) число на 26 меньше, чем сумма чисел 75 и 49;

в) увеличенную на 900 сумму чисел 135, 165 и 800;

г) разность чисел 300 и 124, уменьшенную на 67;

д) сумму числа 400, предшествующего и последующего ему чисел;

е) сумму наименьшего и наибольшего из всех пятизначных чисел;

ж) разность наибольшего и наименьшего из всех чисел класса тысяч.

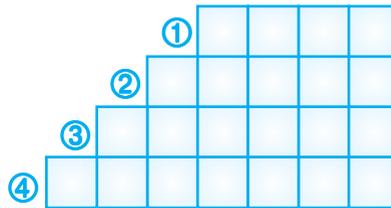
19. а) Вычислите устно и заполните строчки числового кроссворда.

① $590 + 411$;

② $5900 + 4101$;

③ $59000 + 41001$;

④ $590000 + 410001$.



б)  **Работайте в парах!** Дополните кроссворд еще одной строчкой и составьте соответствующий пример.



18. Математический ребус



$$\begin{array}{r} АЯАЯА + \\ УЮУЮУ \\ \hline АЯАЯА \end{array}$$



§ 4 Умножение натуральных чисел

1. Свойства умножения

Исследуем и узнаем

• Прочитайте информацию. Установите соответствие между вопросами и решениями, затем вычислите.

Библиотекарь подготовила для каждого пятиклассника по 7 учебников и одному задачку. Девочки, их было 19, получили книги в первый же школьный день, а мальчики решили пойти в библиотеку на следующий день.

Сколько учебников выдала библиотекарь девочкам 1-го сентября?

Сколько задачек было выдано девочкам?

Сколько всего книг было выдано девочкам?

На сколько больше учебников, чем задачек, получили девочки?

Сколько учебников было выдано мальчикам 1-го сентября?

$$0 \times 7$$

$$\underbrace{7+7+7+\dots+7+7}_{19 \text{ раз}}$$

$$19 \times 1$$

$$19 \times (7 + 1)$$

$$19 \times 7$$

$$19 \times (7 - 1)$$

$$(19 \times 7) + (19 \times 1)$$

$$(19 \times 7) - (19 \times 1)$$

• Умножение – это сложение равных слагаемых. Результат умножения нуля на любое число считают равным нулю.

Результат умножения единицы на любое число считают равным этому числу.

• Результат умножения двух или более натуральных чисел – тоже натуральное число.

• Числа, которые перемножают, называются **множителями**.

• Словом **произведение** называем как число, полученное в результате умножения, так и запись множителей, соединенных знаком умножения (\times или \cdot).

• Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение поделить на известный множитель.

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2$$

$$0 \times a = 0$$

$$1 \times a = a$$

множители

$$\underbrace{a \cdot b}_{\text{произведение}} = c$$

произведение

Вспомните

Порядок выполнения действий

Если в примере без скобок встречаются действия сложения, вычитания, умножения, то сначала выполняют все действия умножения, затем выполняют действия сложения и вычитания в порядке их следования в записи

Свойства умножения

1. Переместительный закон

$$3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$$

От перестановки мест множителей произведение не меняется.

$$a \cdot b = b \cdot a,$$

для любых натуральных чисел a и b .

2. Сочетательный закон

$$(3 \cdot 2) \cdot 4 = 3 \cdot (2 \cdot 4)$$

При любом сочетании множителей произведение не меняется.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c),$$

для любых натуральных чисел a , b и c .

3. Нейтральный элемент 1

$$2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 = 2$$

Умножение на 1 не влияет на результат умножения.

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a,$$

для любого натурального числа a .

4. Распределительный закон умножения относительно сложения и вычитания

$$2 \cdot (7 + 3) = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 3$$

Чтобы умножить число на сумму, можно умножить его на каждое слагаемое, затем сложить полученные произведения.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c,$$

для любых натуральных чисел a , b и c .

$$2 \cdot (7 - 3) = 2 \cdot 7 - 2 \cdot 3$$

Чтобы умножить число на разность, можно умножить его на уменьшаемое и на вычитаемое, затем вычесть полученные произведения.

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c,$$

для любых натуральных чисел a , b , c ($b \geq c$).



Какими из этих свойств обладает и другое арифметическое действие?

Применяем свойства умножения

1. Дополните числами, чтобы получить верные равенства. Обоснуйте.

а) $35 + 35 + 35 = \square \cdot 35$

$4 \cdot 72 = \square + \square + \square + \square$

в) $\square \cdot 1 = 369$

$487 \cdot \square = 487$

д) $38 \cdot (72 + 54) = 38 \cdot \square + 38 \cdot \square$

$(29 + 15) \cdot 46 = 29 \cdot \square + 15 \cdot \square$

$73 \cdot (\square + \square) = \square \cdot 24 + \square \cdot 68$

б) $37 \cdot 52 = 52 \cdot \square$

$39 \cdot \square = 45 \cdot 39$

$43 \cdot (62 \cdot \square) = (43 \cdot 62) \cdot 24$

г) $936 \cdot \square = 0$

$0 \cdot \square = 0$

$24 \cdot 36 \cdot \square \cdot 175 = 0$

е) $(80 - 25) \cdot \square = 80 \cdot 14 - 25 \cdot 14$

$5 \cdot (121 - 42) = 5 \cdot \square - 5 \cdot \square$

$(243 - 96) \cdot \square = 243 \cdot 7 - \square \cdot 7$

2. Вычислите и поясните, опираясь на сочетательный закон умножения.

$30 \cdot 60$

$12 \cdot 400$

$3000 \cdot 15$

$60 \cdot 40$

$700 \cdot 110$

$300 \cdot 15000$

Образец: $4 \cdot 200 = 4 \cdot (2 \cdot 100) = (4 \cdot 2) \cdot 100 = 8 \cdot 100 = 800.$



Сформулируйте правило умножения натуральных чисел, оканчивающихся нулями.

3. Вычислите, представив удобным способом один из множителей. Какое свойство умножения нужно применить?

$52 \cdot 9$

$77 \cdot 99$

$36 \cdot 999$

$24 \cdot 11$

$68 \cdot 101$

$96 \cdot 110$

$84 \cdot 1010$

$17 \cdot 1002$

Указания: $43 \cdot 9 = 43 \cdot (10 - 1)$
 $43 \cdot 11 = 43 \cdot (10 + 1)$

4. Найдите неизвестный множитель:

$\square \cdot 500 = 100\,000;$

$40 \cdot \square = 20\,000;$

$5 \cdot \square \cdot 10 = 550.$

2. Способы вычисления при умножении

Учимся вычислять

$\begin{array}{r} 21432 \times \\ 12 \\ \hline 42864 \\ 21432 \\ \hline 257184 \end{array}$	частичные произведения	$\begin{array}{r} 6345 \times \\ 123 \\ \hline 19035 \\ 12690 \\ 6345 \\ \hline 780435 \end{array}$
$\begin{array}{r} 32450 \times \\ 2300 \\ \hline 9735 \\ 6490 \\ \hline 74635000 \end{array}$		$\begin{array}{r} 3412 \times \\ 203 \\ \hline 10236 \\ 6824 \\ \hline 692636 \end{array}$

Применяем и объясняем

1. Вычислите самым удобным способом:

а) $3852 \cdot 12 \cdot 5$;

г) $24580 \cdot 14 + 24580$;

б) $25 \cdot 10001 \cdot 4$;

д) $10359 \cdot 24 + 24$;

в) $50 \cdot 800 \cdot 4005$;

е) $65809 \cdot 12 - 65809 \cdot 2$.

2. Вычислите:

а) $4121 \cdot 140$; б) $2041 \cdot 230$; в) $1243 \cdot 204$; г) $105 \cdot 2351$;

$210 \cdot 3024$; $240 \cdot 2235$; $202 \cdot 1504 - 5460$; $(5420 + 1863) \cdot 201$.

3. а) Вычислите и запишите ряд полученных чисел:

$24 \cdot 2344$, $24 \cdot 2354$, $24 \cdot 2364$, $24 \cdot 2374$.

б) Выявите закономерность и продолжите ряд двумя следующими произведениями.

3. Общий множитель

Применяем и объясняем

Рассмотрите равенства, выражающие распределительный закон умножения относительно сложения и вычитания.

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, для любых натуральных чисел a, b, c .

$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, для любых натуральных чисел a, b, c ($b \geq c$).

Говорим: **Раскрываем скобки**.

Примеры:

$2 \cdot (5 + 4) = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4$;

$7 \cdot (8 - 2) = 7 \cdot 8 - 7 \cdot 2$.

Рассмотрите те же равенства справа налево.

$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$, для любых натуральных чисел a, b, c .

$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$, для любых натуральных чисел a, b, c ($b \geq c$).

общий множитель

Говорим: **Вносим общий множитель за скобки**.

Примеры:

$2 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 2 \cdot (5 + 7)$;

$3 \cdot 8 - 3 \cdot 5 = 3 \cdot (8 - 5)$.

Применяем и объясняем

1. Раскройте скобки, затем вычислите:

а) $4 \cdot (6 + 9)$

б) $(6 + 8) \cdot 7$

в) $3 \cdot (7 + 8 + 5)$

$5 \cdot (7 - 3)$

$(10 - 2) \cdot 9$

$(2 + 6 + 9) \cdot 4$

г) $2 \cdot (8 - 3 - 2)$

д) $9 \cdot (8 + 4 - 7)$

$(10 - 5 - 3) \cdot 6$

$(5 - 2 + 9) \cdot 3$

2. Вынесите общий множитель за скобки, затем вычислите:

- а) $3 \cdot 5 + 3 \cdot 2$ б) $4 \cdot 2 + 3 \cdot 2$ в) $8 \cdot 5 + 5 \cdot 2$ г) $4 \cdot 5 + 2 \cdot 4$
 $4 \cdot 10 - 4 \cdot 6$ $9 \cdot 6 - 4 \cdot 6$ $10 \cdot 7 - 7 \cdot 3$ $9 \cdot 10 - 7 \cdot 9$
- д) $2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 9$ е) $3 \cdot 10 - 3 \cdot 4 - 3 \cdot 2$ ж) $10 \cdot 7 + 10 \cdot 2 - 10 \cdot 5$
 $5 \cdot 10 + 5 \cdot 3 + 7 \cdot 5$ $9 \cdot 20 - 9 \cdot 6 - 7 \cdot 9$ $7 \cdot 8 - 6 \cdot 7 + 7 \cdot 4$
 $2 \cdot 8 + 8 \cdot 3 + 5 \cdot 8$ $8 \cdot 6 - 3 \cdot 8 - 8 \cdot 2$ $2 \cdot 100 - 75 \cdot 2 + 11 \cdot 2 - 2 \cdot 4$

Упражнения и задачи



1. **Работайте в парах!** Поставьте знаки сложения, вычитания или умножения, чтобы получить верные равенства. Найдите все возможные варианты.

- а) $243 \bullet 426 = 426 \bullet 243$
 б) $(38 \bullet 72) \bullet 56 = 38 \bullet (72 \bullet 56)$
 в) $53 \bullet (29 \bullet 17) = (53 \bullet 29) \bullet 17$



2. Вычислите в столбик:

- а) $127 \cdot 5$ б) $12 \cdot 17$ в) $352 \cdot 12$ г) $213 \cdot 112$ д) $12031 \cdot 32$
 $3406 \cdot 2$ $28 \cdot 56$ $24 \cdot 704$ $324 \cdot 212$ $40150 \cdot 210$
 $8 \cdot 24005$ $93 \cdot 41$ $410 \cdot 65$ $706 \cdot 720$ $5800 \cdot 4180$

3. Вычислите устно:

- а) $245 \cdot 100$; б) $15 \cdot 30$; в) $2000 \cdot 45$;
 $4356 \cdot 10$; $18 \cdot 40$; $800 \cdot 110$;
 $34 \cdot 20$; $21 \cdot 200$; $400 \cdot 12$.

4. Дано число 500. Найдите:

- а) его удвоенное число;
его утроенное число;
в) число на 50 больше;
число в 50 раз больше;
б) число на 5 больше;
число в 5 раз больше;
г) число на 5 000 больше;
число в 5 000 раз больше.



Кто найдет самый эффективный способ вычислить сумму всех полученных чисел?

5. Ежедневно на фабрике выпускают 150 000 бутылок с минеральной водой. Сколько бутылок выпускают за неделю, если фабрика работает без выходных дней?



Сколько бутылок было выпущено в феврале текущего года?

6. Ресторан заказал 165 мешков по 45 кг муки. В распоряжении ресторана 3 автомобиля грузоподъемностью в 3 т. Возможно ли выполнение заказа за один рейс?

7. Раскройте скобки, затем вычислите:

а) $25 \cdot (2 + 4)$ б) $(3 + 2) \cdot 13$ в) $21 \cdot (2 + 3 + 4)$ г) $(31 + 250 - 12) \cdot 2$
12 · (10 - 3) (10 - 2) · 15 4 · (100 - 20 - 15) (50 - 15 + 22) · 4

8. Вынесите общий множитель за скобки, затем вычислите:

а) $35 \cdot 43 + 35 \cdot 57$ б) $24 \cdot 37 - 24 \cdot 32$
721 · 240 + 760 · 721 692 · 453 - 433 · 692
в) $4 \cdot 35 + 4 \cdot 52 + 4 \cdot 13$ г) $12 \cdot 91 - 12 \cdot 44 - 12 \cdot 17$
9 · 15 + 15 · 6 + 5 · 15 113 · 58 - 15 · 113 - 113 · 43
д) $33 \cdot 44 + 55 \cdot 33 - 33 \cdot 99$ е) $64 \cdot 123 - 64 \cdot 11 + 88 \cdot 64$
27 · 51 + 51 · 34 - 60 · 51 210 · 304 - 304 · 150 + 940 · 304

9. Решите задачи. Найдите наиболее эффективный метод.

а) В одном городе 185 пятиэтажных жилых домов, где на каждом этаже 4 квартиры. Сколько всего квартир в этих домах?

б) Утром в почтовое отделение поступило 24 пачки по 175 газет, а вечером – 16 пачек по 175 газет. Сколько всего газет поступило в этот день? На сколько больше поступило газет утром, чем вечером?

10. Выявите закономерность и найдите два следующих числа в каждом ряду:

а) 102, 306, 918 б) 102, 306, 510
в) 1 000 001, 10 000 010, 100 000 100 г) 1 000 001, 1 000 010, 1 000 100

11. В один из дней курс доллара в банке составлял 19 леев 50 банов. Сколько получит гражданин, обменяв сумму:

а) 10 \$; б) 50 \$; в) 100 \$; г) 1000 \$?

12. Сравните не вычисляя. Поясните ход рассуждений.

$99 \cdot 5$ $5 \cdot 99$

$444 \cdot 88$ $444 \cdot 90$

$222 \cdot 85$ $222 \cdot 64$



$888 \cdot 2$ $999 \cdot 2$

$99 \cdot 33$ $77 \cdot 33$

13. Вычислите произведение чисел 60 и 80. Как нужно изменить один из множителей, чтобы увеличить произведение:

а) в 10 раз; б) в 100 раз; в) в 9 раз; г) в 12 раз?

14. Вычислите произведение чисел 25 и 60. Как можно изменить одновременно множители, чтобы увеличить произведение:

а) в 100 раз;

б) в 10 раз;

в) в 4 раза;

г) в 35 раз?

15.  **Работайте в парах!** Вычислите произведение чисел 20 и 7.

Измените один из множителей так, чтобы произведение:

а) увеличить: на 20; на 40; на 80;

б) уменьшить: на 20; на 40; на 100;

в) увеличить: на 7; на 14; на 28;

г) уменьшить: на 7; на 21; на 63.

16. Вычислите и запишите примером:

а) число на 22 больше удвоенного числа 707;

б) число на 552 меньше утроенного числа 800;

в) увеличенную в 4 раза сумму чисел 135 и 165;

г) произведение трех последовательных натуральных чисел, начиная с числа 99;

д) разность утроенного и удвоенного числа 134 789 935.

17. Семья из четырех человек намерена отдохнуть 5 дней в пансионе на берегу озера. Они изучили цены на пребывание одного человека: проживание – 250 леев в день; питание – 180 леев в день. На другие расходы они запланировали около 150 леев в день на человека. Какой суммой денег должна располагать семья?

18. На сколько нулей будет оканчиваться произведение всех натуральных чисел от единицы:

а) до 10, включительно;

б) до 20, включительно?

19.  **Работайте в группах!** Не вычисляя произведений, определите, сколько натуральных чисел содержатся между:

а) $4 \cdot 12$ и $4 \cdot 14$;

б) $27 \cdot 6$ и $30 \cdot 6$;

в) $19 \cdot 15$ и $13 \cdot 19$.



20. **Конкурс.** Не вычисляя, подберите подходящий результат к каждому умножению. Проверьте точными вычислениями.

$58 \cdot 6$	348	486	592
$42 \cdot 3$	492	175	
$7 \cdot 25$	$243 \cdot 2$	945	126
$315 \cdot 3$	$148 \cdot 4$		

§ 5 Возведение в степень

1. Степень натурального числа

Исследуем и узнаем

В далёкой-предалёкой стороне,
В тёмном-предтёмном лесу
На нехоженых тропинках
Стояли 4 заброшенные избушки.
В каждой – по 4 комнаты,
А в каждой комнате – 4 узла,
А в каждом узлу – 4 мыша.

Сколько всего лапок было у тех мышей?



$$\overbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}^{5 \text{ раз}} = 4^5$$

Читаем:

число четыре, возведённое
в пятую степень
четыре в пятой степени
четыре в степени пять

4^5 – это степень
с основанием 4
и показателем 5.

Что знаем? Что узнаем?

Сложение равных слагаемых – это
действие умножения.

Для любых натуральных чисел
 a и n :

• если $n > 1$

$$n \cdot a = \overbrace{a + a + \dots + a}^{n \text{ раз}}$$

• если $n = 1$

$$1 \cdot a = a$$

• если $n = 0$

$$0 \cdot a = 0$$

Умножение равных множителей – это
действие возведения в степень.

Для любых натуральных чисел
 a ($a \neq 0$) и n :

• если $n > 1$

$$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ раз}}$$

• если $n = 1$

$$a^1 = a$$

• если $n = 0$

$$a^0 = 1$$

$$0^n = 0 \quad (n \geq 1)$$

0^0 не имеет смысла

Применяем и объясняем

1. Приведите выражения к более простому виду, затем прочитайте их по-разному.

а) $7+7+7+7+7+7+7+7$;

$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$;

б) $24+24+24+24+24+24$;

$24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24$;

в) $a+a+a+a+a+a+a+a+a$;

$a \cdot a \cdot a$;

г) $(x+y)+(x+y)+(x+y)+(x+y)$;

$(x+y) \cdot (x+y) \cdot (x+y) \cdot (x+y)$;

д) $a+a+a+b+b+b$;

$a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b$;

е) $n+m+m+n+n+m$;

$n \cdot m \cdot m \cdot n \cdot n \cdot m$.

2. Запишите цифрами, прочитайте по-другому и вычислите:

- а) степень с основанием три и показателем шесть;
 б) три в четвертой степени;
 в) единица, возведенная в десятую степень.



Предложите аналогичные примеры.

3. Дополните числами, чтобы получить верные равенства:

$$4^{\square} = 1$$

$$9^{\square} = 9$$

$$\square^0 = \square$$

$$\square^1 = 6$$

$$\square \cdot \square \cdot \square \cdot \square = 5^{\square}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = \square^3$$

4. Определите порядок выполнения действий и вычислите:

а) $4^3 + 36$

$$1000 - 10^2$$

в) $640 - 7 \cdot 2^4$

$$5^4 \cdot 2 + 45$$

д) $2 \cdot 3^0 + 3 \cdot 2^1 + 4^3 \cdot 5$

$$10^4 \cdot 5^1 - 2^3 \cdot 20^2 + 830$$

б) $2^5 \cdot 10$

$$32 \cdot 10^3$$

г) $6^2 \cdot 2^6$

$$2^4 \cdot 10^2 \cdot 3^5$$

е) $4 \cdot (8^3 - 12) + 10^5$

$$(3^5 + 11^2) \cdot 10 - 19$$

Возьмите на заметку

В примере без скобок действия возведения в степень выполняют в первую очередь.

2. Квадрат и куб натурального числа

Исследуем и узнаем

- Степени с показателем два и три имеют особые названия.

Степень с показателем 2 называется **квадратом** числа.

Степень с показателем 3 называется **кубом** числа.

Пишем:
 $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
Читаем:
 5 в квадрате равно 25
 25 – квадрат числа 5

Пишем:
 $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
Читаем:
 5 в кубе равно 125
 125 – куб числа 5

$$\begin{aligned} 4 &= 2^2 \\ 8 &= 2^3 \\ 16 &= 2^4 \\ 32 &= 2^5 \\ 64 &= 2^6 \\ 128 &= 2^7 \\ 256 &= 2^8 \\ 512 &= 2^9 \\ 1024 &= 2^{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 &= 3^2 \\ 27 &= 3^3 \\ 81 &= 3^4 \\ 243 &= 3^5 \\ 729 &= 3^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 125 &= 5^3 \\ 625 &= 5^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 121 &= 11^2 \\ 144 &= 12^2 \\ 169 &= 13^2 \\ 196 &= 14^2 \\ 225 &= 15^2 \\ 256 &= 16^2 \\ 289 &= 17^2 \\ 324 &= 18^2 \\ 361 &= 19^2 \end{aligned}$$

Памятка

Применяем и объясняем

1. **Запомните!** Число, полученное в результате возведения натурального числа в квадрат, называется **точным квадратом**.

Найдите все точные квадраты меньше либо равные 100.

Образец: 9 – это точный квадрат, так как $9 = 3^2$.

2. Между какими двумя последовательными точными квадратами содержится число: а) 111; б) 180; в) 270; г) 300; д) 380?
3. Какое основание может быть у точного квадрата, содержащегося между числами: а) 160 и 260; б) 300 и 400?
4. Какое основание может быть у куба числа, если этот куб содержится между числами 30 и 130?

3. Десятичная запись натурального числа (дополнительно)

Исследуем и узнаем

- Найдите значение степени 10^n , для $n = 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10$.

Возьмите на заметку. 10^n – это натуральное число, записанное цифрой 1, за которой следуют n нулей.

- Установите соответствие между разрядными единицами и степенями с основанием 10:

миллион	сто тысяч	десяток тысяч	тысяча	сотня	десяток	единица
10^3		10^1		10^0		10^2
	10^5		10^4		10^6	

Что знаем? Что узнаем?

Рассмотрите разложения натуральных чисел в виде сумм разрядных слагаемых:

$$23 = 2 \cdot 10 + 3;$$

$$237 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7;$$

$$2375 = 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5.$$

Цифра 0 не может быть первой слева в числе. В других разрядах может стоять и цифра 0.

Записав единицы каждого разряда в виде степени с основанием 10, получим:

$$23 = 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0;$$

$$237 = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0;$$

$$2375 = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0.$$

Получили **десятичное разложение** каждого из рассмотренных чисел.

• Десятичная запись натурального числа выражает математическим языком то, как мы считаем (группами по 10 – десять единиц, или десятков; десять десятков, или сотня и т. д.) и как мы записываем числа (используя 10 арабских цифр). Говорим, что **10 – это основание десятичной системы счисления.**



• Десятичная система счисления является **позиционной**: значение цифры меняется в зависимости от позиции (места) в числе.



Хотите больше знать?

В компьютерах и калькуляторах используется двоичная система счисления с основанием 2 и двумя цифрами: 0 и 1.



Найдите и представьте интересную информацию о различных системах счисления.

Задания для понимания

- Запишите десятичное разложение чисел: 83; 295; 402; 1050; 3 207; 22 004.
- Дополните, чтобы получить десятичное разложение трехзначного числа, затем прочитайте и запишите полученное число:
 - $2 \cdot 10 \star + 5 \cdot 10 \star + 3 \cdot 10 \star$;
 - $7 \cdot 10 \star + 2 \cdot 10 \star + 0 \cdot 10 \star$;
 - $3 \cdot 10 \star + 0 \cdot 10 \star + 0 \cdot 10 \star$.

Упражнения и задачи



- На каждой из 3 полок по 3 коробки, в каждой из которых лежат 3 упаковки по 3 карандаша. Сколько всего карандашей?
- Заполните соответствующими числами:

а) $121 = \square^2$;	б) $\square = 17^2$;	в) $1000 = 10^{\square}$;	г) $27 = \square^{\square}$;
$256 = \square^2$;	$\square = 19^2$;	$10\,000 = 10^{\square}$;	$81 = \square^{\square}$;
$225 = \square^2$;	$\square = 2020^1$;	$1 = 10^{\square}$;	$64 = \square^{\square}$.
- Прочитайте выражения, вычислите и сравните их значения (\neq , $=$):

а) 2^3 и 3^2 ;	б) 1^9 и 9^1 ;	в) 2^4 и 4^2 ;	г) 5^2 и 2^5 .
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------



Сделайте вывод: обладает ли действие возведения в степень переместительным свойством?



4. Вычислите:

а) $5^2 + 3^4 - 2^5$

г) $(3^3 - 6) : 21$

ж) $(19^2 - 17^2) \cdot (10^3 - 15^2)$

б) $3 \cdot 7^2 - 2^4$

д) $(12^2 - 11^2) : 1^{20}$

з) $20^2 - 2 \cdot 10^2 + 10 \cdot 2^2$

в) $3 \cdot 2^6 + 2 \cdot 9^2$

е) $5^1 \cdot (13^2 + 4^3)$

и) $20^3 \cdot (16^2 - 4^2)$

5*. Выполните десятичное разложение числа:

а) 729;

б) 7029;

в) 702090;

г) 7020900.

6. Запишите в виде степени с основанием 10:

а) сколько миллиметров в: 1 см, 1 дм, 1 м, 1 км;

б) сколько грамм содержит: 1 кг, 1 т.

7. Выявите закономерность и найдите лишнее число в ряду:

а) 4, 9, 14, 16, 25, 36;

б) 1, 8, 27, 36, 64, 125;

в) 0, 10, 100, 1000, 10000;

г) 10, 100, 1000, 10000, 100000000.

8. Дополните задачу такими числами, чтобы ответ мог быть выражен степенью.

В книжном шкафу полок, на каждой полке стопок по тетрадей. Все тетради по страниц, а на каждой странице нарисовано по шестиугольников. Сколько всего вершин у этих шестиугольников?

9. Найдите все натуральные числа порядка тысяч, в записи которых встречаются лишь цифры 3 и 0. Выполните десятичное разложение этих чисел.

10. Запишите, используя степени, затем вычислите:

а) $7 \cdot 7 + 3 \cdot 3 \cdot 3$;

б) $16 \cdot 16 - 12 \cdot 12 + 15 \cdot 15$;

в) $8 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$;

г) $11 \cdot 11 + 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 - 10 \cdot 10$.

11. Вспомните изученные значения степеней с основанием 2, 3 и 5 и вычислите наиболее удобным способом:

а) $625 : 25 - 625 : 125$;

б) $256 : (1024 : 128) - 32$;

в) $9073 + 81 \cdot 243 : 729$;

г) $10000 - 16 \cdot 625$.

12. Запишите число 31 в виде суммы степеней числа 2.

13. Составьте ряд точных квадратов, содержащихся между числами 100 и 400. Почему ни один из точных квадратов не оканчивается цифрой 2, 3, 7 или 8?

§ 6 Деление натуральных чисел

1. Деление с остатком. Деление без остатка

Решаем и рассуждаем

- У скрипок по 4 струны. На сколько скрипок хватит:

27 струн?

28 струн?

Сколько струн останется?



Решение:

$$27 - \underbrace{4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4}_{6 \text{ раз}} = 3,$$

или $27 : 4 = 6, \text{ ост. } 3$
Дел. Дт. Ч. Ост.

$$28 - \underbrace{4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4}_{7 \text{ раз}} = 0,$$

или $28 : 4 = 7$
Дел. Дт. Ч.

Ответ:

27 струн хватит на 6 скрипок, и останутся 3 струны: $3 \neq 0$.

28 струн хватит ровно на 7 скрипок, и не останется ни одной струны.

Проверка:

- 1) На 6 скрипках по 4 струны и еще 3 оставшиеся струны – вместе 27 струн:

$$6 \cdot 4 + 3 = 27.$$

$$\text{Ч.} \cdot \text{Дт.} + \text{Ост.} = \text{Дел.}$$

- 2) Оставшихся струн недостаточно еще на одну скрипку:

$$3 < 4.$$

$$\text{Ост.} < \text{Дт.}$$

- 1) На 7 скрипках по 4 струны – всего 28 струн:

$$7 \cdot 4 = 28.$$

$$\text{Ч.} \cdot \text{Дт.} = \text{Дел.}$$

- 2) Распределив 28 струн поровну на 7 скрипок, получим по 4 струны на каждой скрипке:

$$28 : 4 = 7.$$

$$\text{Дел.} : \text{Ч.} = \text{Дт.}$$

- В стандартной акустической гитаре 6 струн.

Поясните с помощью действия деления и выполните проверку.

Сколько струн:

- хватит ровно на 5 гитар;
- хватит не менее, чем на 5 гитар, и еще останутся струны;
- не хватит ни на одну гитару.



Найдите и рассмотрите все возможные варианты.



Что знаем? Что узнаем?

- Частное показывает, сколько всего раз можно вычесть делитель из делимого, а остаток – это результат последнего вычитания.



- Если остаток отличен от нуля, говорим: **Деление с остатком**.

$$56 : 9 = 6, \text{ ост. } 2$$

$$\text{Дел. : Дт.} = \text{Ч.}, \text{ ост. } 0$$

так как:

$$2 < 9 \quad \text{и} \quad 56 = 6 \cdot 9 + 2$$

$$\text{Ост.} < \text{Ч.} \quad \text{Дел.} = \text{Ч.} \cdot \text{Дт.} + \text{Ост.}$$

- Если же остаток равен нулю, говорим: **Деление без остатка**.

$$54 : 9 = 6$$

$$\text{Дел. : Дт.} = \text{Ч.}$$

так как:

$$54 = 6 \cdot 9$$

$$\text{Дел.} = \text{Ч.} \cdot \text{Дт.}$$

- Для любых натуральных чисел a и b , $b \neq 0$, существуют два натуральных числа: c (частное) и r (остаток), которые выполняют условия:

$$a = c \cdot b + r, \quad r < b.$$

Хотите знать больше?

Это свойство носит название **теоремы деления с остатком**.

- Деление на 0 не имеет смысла, так как не существует натурального числа, которое не дало бы 0 в результате умножения на 0. Деление $0 : 0$ также не определено, так как любое число при умножении на 0 дает 0.
- $a : a = 1$, для любого натурального числа a , $a \neq 0$.
- $0 : a = 0$, для любого натурального числа a , $a \neq 0$.
- $a : 1 = a$, для любого натурального числа a .
- Если натуральные числа a и b делятся без остатка на число c , $c \neq 0$, то:

$$(a + b) : c = a : c + b : c;$$

$$(a - b) : c = a : c - b : c, \quad \text{при } a \geq b.$$

Применяем и объясняем

1. Сравните и дополните знаками „=” или „≠”:

$$4 : 4 \quad \bullet \quad 2 : 2$$

$$(16 : 4) : 2 \quad \bullet \quad 16 : (4 : 2)$$

$$24 : (4 + 2) \quad \bullet \quad 24 : 4 + 24 : 2$$

2. Дополните числами, чтобы получить верные равенства. Поясните ход рассуждений.

а) $\square : 1 = 315$

$426 : \square = 426$

г) $\square : \square = 1$

$\square : \square = 0$

б) $\square : 4 = 8$

$\square : 10 = 1000$

д) $30 : \square = 15$

$80 : \square = 16$

в) $\square : 3 = 5$, ост. 2

$\square : 7 = 6$, ост. 5

е) $\square : 12 = 2$, ост. 1

$\square : 50 = 8$, ост. 8

3. Вычислите и поясните, опираясь на взаимосвязь деления и умножения:

а) $270 : 10$;

$270 : 30$;

б) $42000 : 100$;

$42000 : 600$;

в) $36000 : 1000$;

$36000 : 4000$.



Сформулируйте правило деления без остатка чисел, оканчивающихся нулями.

4. Дополните соответствующими числами:

а) $(72 + 63) : 9 = 72 : \square + 63 : \square$

$(48 - 32) : \square = 48 : 8 - 32 : 8$

б) $(\square + \square) : 5 = 35 : 5 + 40 : 5$

$(54 - 42) : 6 = \square : 6 - \square : 6$

5. Разложите делимое удобным способом как сумму или как разность, затем вычислите:

а) $96 : 8$;

$108 : 9$;

$495 : 5$;

б) $48 : 3$;

$294 : 3$;

$686 : 7$;

в) $72 : 4$;

$165 : 15$;

$121 : 11$.

Образцы: $84 : 6 = (60 + 24) : 6 = 60 : 6 + 24 : 6 = 10 + 4 = 14$.

$392 : 4 = (400 - 8) : 4 = 400 : 4 - 8 : 4 = 100 - 2 = 98$.

6.  **Работайте в парах!** Найдите все натуральные числа, при делении которых:

а) на 4 получаем в частном 15;

в) на 6 получаем в частном 20;

б) на 3 получаем в частном 32;

г) на 5 получаем в частном 102.

Образец: а) Знаем делитель (Дт. = 4) и частное (Ч. = 15).

Надо найти все возможные значения делимого (Дел.).

Вспомним деление с остатком: $\text{Ост.} < \text{Ч.}$ $\text{Дел.} = \text{Ч.} \cdot \text{Дт.} + \text{Ост.}$

Подставим известные числа и получим: $\text{Ост.} < 4$ $\text{Дел.} = 15 \cdot 4 + \text{Ост.}$

Если $\text{Ост.} < 4$, это означает, что Ост. может быть равен 0, 1, 2 или 3.

- Для $\text{Ост.} = 0$, получим: $\text{Дел.} = 15 \cdot 4 + 0 = 60$.

- Для $\text{Ост.} = 1$, получим: $\text{Дел.} = 15 \cdot 4 + 1 = 61$.

- Для $\text{Ост.} = 2$, получим: $\text{Дел.} = 15 \cdot 4 + 2 = 62$.

- Для $\text{Ост.} = 3$, получим: $\text{Дел.} = 15 \cdot 4 + 3 = 63$.

2. Способы вычисления при делении

Исследуем и узнаем

$$\begin{array}{r} 30 > 25 \\ \hline 3096 \quad | \quad 25 \\ \underline{25} \quad | \quad 123 \\ 59 \\ \underline{50} \\ 96 \\ \underline{75} \\ 21 \end{array}$$

- ① Делимое 3096 – это натуральное число, относящееся к разряду тысяч. Заметим, что начать деление с тысяч мы не можем, так как в разряде тысяч стоит цифра 3, а $3 < 25$. Можем начать деление с сотен, так как всего у нас 30 сотен, а $30 > 25$.

Делим сотни.

- Рассуждаем: сколько раз 25 содержится в 30? Один раз. Значит, первая цифра частного это 1.
- Проверяем: $1 \cdot 25 = 25$; $30 - 25 = 5$; $5 < 25$. Убеждаемся, что первую цифру частного мы нашли верно.

- ② Остались неподделенными 5 сотен.
Сносим цифру десятков и получим 59 десятков.

Делим десятки.

- Рассуждаем: сколько раз 25 содержится в 59? Два раза. Значит, вторая цифра частного это 2.
- Проверяем: $2 \cdot 25 = 50$; $59 - 50 = 9$; $9 < 25$. Убеждаемся, что вторую цифру частного мы нашли верно.

- ③ Остались неподделенными 9 десятков.
Сносим цифру единиц и получим 96 единиц.

Делим единицы.

- Рассуждаем: сколько раз 25 содержится в 96? Попробуем взять 4 раза.
- Проверяем: $4 \cdot 25 = 100$. Это больше, чем нужно ($100 > 96$). Наш подбор не подошел, надо взять меньшее число раз.
- Попробуем взять 3 раза.
- Проверяем: $3 \cdot 25 = 75$; $96 - 75 = 21$; $21 < 25$. Значит, третья последняя цифра частного это 3.

Ответ: $3096 : 25 = 123$, остаток 21.

Задания для понимания

1. Не вычисляя, определите количество цифр в частном:

а) $5438 : 4$ б) $32768 : 32$ в) $1359 : 12$ г) $2465 : 246$
 $5438 : 7$ $32768 : 56$ $1359 : 15$ $2465 : 513$.

2. Вычислите, комментируя по образцу, приведенному выше:

а) $128134 : 4$; б) $210564 : 25$; в) $6340 : 24$; г) $24500 : 111$;
 $279271 : 9$; $4500 : 18$; $904308 : 44$; $368120 : 121$.

Упражнения и задачи

1. Дано число 101 000. Назовите число:
- а) больше данного: на 10 000; на 1 000; на 100;
 - б) меньше данного: на 10; на 100; на 1 000;
 - в) больше данного: в 10 раз; в 100 раз; в 1 000 раз;
 - г) меньше данного: в 10 раз; в 100 раз; в 1 000 раз.
2. Дано число 360. Найдите: а) его удвоенное и его половину; б) его треть и его утроенное; в) его четверть.
3. В каждом купе поезда 4 места для пассажиров.
- а) Сколько пассажиров в одном вагоне, если они занимают все места:
 - в 12 купе;
 - в 8 купе, и в девятом купе едут 2 пассажира;
 - в 10 купе, и в одиннадцатом купе едет один пассажир?
 - б) В скольких купе разместятся: 38 пассажиров; 42 пассажира; 90 пассажиров?
4. Вычислите, затем выполните проверку:
- а) $14\,070 : 77$; б) $250\,100 : 30$; в) $3\,891 : 389$;
 - $36\,140 : 40$; $180\,200 : 420$; $12\,112 : 12$.
5. Питьевая вода поставляется в упаковках по 12 пластиковых бутылок в каждой. Сколько упаковок необходимо, чтобы доставить 35 265 бутылок?
6.  **Работайте в парах!** Найдите частное и остаток от деления натурального числа a на 5, если:
- | |
|---|
| $\text{Дел.} : \text{Дт.} = \text{Ч.}, \text{ост. } \text{О} \text{ (} \text{О} < \text{Ч.} \text{)}$ |
| $\text{Дел.} = \text{Ч.} \cdot \text{Дт.} + \text{О}$ |
- а) $a = 24 \cdot 5 + 3$; д) $a = 6 \cdot 5$;
 - б) $a = 5 \cdot 37 + 2$; е) $a = 8 \cdot 5 + 5$;
 - в) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 + 1$; ж) $a = 10 \cdot 5 + 20 \cdot 5$;
 - г) $a = 0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 4$; з) $a = 10 \cdot 5 - 4 \cdot 5$.
7. Измените делимое так, чтобы деление выполнилось без остатка, а частное не изменилось: а) $63 : 6$; б) $58 : 7$; в) $39 : 4$; г) $119 : 10$.
8. Измените делитель так, чтобы частное осталось прежним, а в остатке получить другое, отличное от нуля число:
- а) $30 : 8$; б) $43 : 6$; в) $54 : 5$; г) $101 : 11$.
9. Определите, сколько цифр в каждом частном, затем сравните ($<$, $>$):
- а) $3\,648 : 4$ ● $6\,384 : 6$ б) $12\,300 : 12$ ● $21\,225 : 25$
 - $5\,020 : 5$ ● $4\,080 : 8$ $33\,615 : 15$ ● $52\,020 : 45$
 - в) $3\,004 : 146$ ● $2\,625 : 125$ г) $243\,000 : 300$ ● $460\,000 : 500$
 - $35\,631 : 321$ ● $123\,424 : 512$ $10\,200 : 50$ ● $540\,000 : 18\,000$
-  Выполните вычисления и убедитесь, верно ли вы рассуждали.

10. Сколько натуральных чисел при делении:

а) на 8 дают в частном 204;

б) на 10 дают в частном 735?

Найдите эти числа.

11. Найдите число:

а) половина которого – 750;

б) удвоенное которого – 750;

в) треть которого – 108;

г) утроенное которого – 108.

12. Преобразуйте выражения, используя свойства умножения или деления, затем вычислите:

а) $(204 + 488) : 4$;

в) $440 : 4 + 560 : 4$;

$(28 + 17) \cdot 5$;

$123 \cdot 4 + 97 \cdot 4$;

б) $(1260 - 660) : 6$;

г) $500 : 20 - 260 : 20$;

$2 \cdot (4500 - 750)$;

$8 \cdot 412 - 8 \cdot 310$.

13. Стоимость экскурсии для класса из 30 учеников составила 4 500 леев. Какова будет стоимость той же экскурсии для класса из 29 человек?



Найдите два метода для выполнения последнего действия в решении задачи.

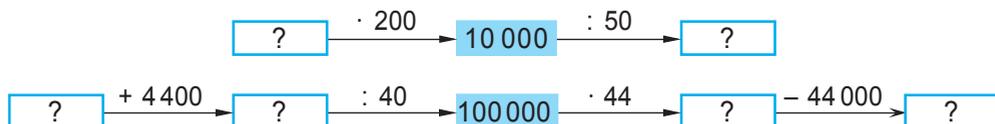
14. Для библиотеки лица приобрели 25 словарей синонимов по цене 39 леев и 20 одинаковых атласов по географии. За все заплатили 2015 леев. Какова цена одного атласа?

15. Виноградарь хочет разлить 18 135 литров виноградного сока в контейнеры по 15 литров каждый. Сколько контейнеров ему понадобится?

16. Из 158 цветов флорист должен составить букеты по 7 цветов в каждом. Какое наибольшее число букетов он может сделать? Сколько цветов необходимо флористу, чтобы составить еще один букет?

17. Чтобы перевести папки с документами с одного стеллажа на другой, работник архива использует тележку, которая вмещает не более 13 папок. Зная, что ему надо перевести 370 папок с документами, определите, какое наименьшее количество рейсов (туда-обратно) должен сделать работник. Сколько папок перевезет работник за последний рейс?

18. Дополните каждую цепочку отсутствующими числами.



19. Найдите неизвестное число. Поясните по образцу.

а) $x \cdot 18 = 5490$

в) $z : 73 = 7081$

д) $11\,663 : p = 107$

б) $210 \cdot y = 25200$

г) $1797\,800 : m = 356$

е) $x : 23 = 54$

Образцы:

$x \cdot 85 = 1360$
 x – неизвестный множитель. Чтобы его найти, разделим произведение 1360 на известный множитель 85.

$95 : x = 5$
 x – неизвестный делитель. Чтобы его найти, разделим делемое 95 на частное 5.

$x : 11 = 28$
 x – неизвестное делимое. Чтобы его найти, умножим частное 28 на делитель 11.

20. Выявите закономерность и найдите все натуральные числа, которые следуют в ряду:

а) 50 000, 10 000, 2 000; б) 88 889, 88 890, 8 889, 8 890, 889, 890, 89;

в) 363, 121, 120, 40, 39, 13, 12; г) 124, 62, 60, 30, 28, 14, 12.

21. Вычислите частное чисел 280 и 4. Измените делимое так, чтобы частное: а) увеличилось: в 10 раз; в 100 раз; б) уменьшилось: в 2 раза; в 7 раз?

22. Вычислите частное чисел 100 000 и 250. Измените делитель так, чтобы частное: а) увеличилось: в 10 раз; в 5 раз; б) уменьшилось: в 10 раз; в 100 раз?

23. Саша одолжил у друга роман Ж. Верна „Вокруг света за 80 дней“. Если бы он читал ежедневно 14 страниц, то прочел бы книгу за 12 дней. Но есть и другие желающие прочитать эту интересную книгу, поэтому друг попросил вернуть ее через неделю. Сколько страниц должен читать Саша ежедневно, чтоб выполнить просьбу друга?

24. Запишите деление с остатком, зная, что:

а) делимое 289, а частное 25;

б) делимое 5 628, а частное 562.

25. Найдите пропущенные числа: а) $27 \cdot (\star - 34) = 14\,418$;

б) $(1727 - \star) : 42 = 36$; в) $180 : (\star + 2) = 12$.

26. Найдите числовое значение каждой фигуры:

$\star + \star + \star = 702$

$\star = ?$

$\star + \odot + \text{😊} = 731$

$\text{😊} = ?$

$\star + \odot + \odot = 370$

$\odot = ?$



27. **Конкурс.** Кто быстрее дополнит таблицы, не допустив ошибок?

\times		52	
3	63		
			160
6			240

$:$	2		
150		5	
	240		
300			60

$:$			600
60		6	
6			
	12	36	

§ 7 Порядок выполнения действий

Что знаем? Что узнаем?

• Сложение и вычитание – **арифметические действия первого порядка**.
Умножение – это многократное сложение, а деление – это многократное вычитание. Поэтому говорим, что умножение и деление – **арифметические действия второго порядка**.

Возведение в степень – это многократное умножение, поэтому является **арифметическим действием третьего порядка**.

• Если в примере без скобок встречаются действия одного порядка, то их выполняют в порядке следования в записи.

Если в примере без скобок встречаются действия разного порядка, то сначала выполняют действия III порядка, затем действия II порядка и в последнюю очередь – действия I порядка.

• Скобки бывают:

- круглые
- квадратные
- фигурные

()

[]

{ }

Сначала выполняют действия в круглых скобках, затем действия в квадратных скобках, и в последнюю очередь выполняют действия в фигурных скобках.

Упражнения и задачи

1. Вычислите.

а) $1 + 1 \cdot 1 - 1 : 1$

б) $1 \cdot (1 + 1) - (1 - 1) : 1$

в) $9999 \cdot 0 - 0 : 7777 + 5555$

г) $333 - 33 \cdot 3 + 33^3$

д) $100 \cdot 100 : 10 : 1000$

е) $1000000 : (10 \cdot 1000) \cdot 100$

ж) $(1000 - 10) : 10 + 10000 : 10000$

з) $(10^4 - 10^3 + 10^2) : 10^1 + 10^0$

и) $(325 - 325) \cdot [256 + 1435 : (48 + 239)]$

к) $3 + 3 \cdot [3 \cdot 3 - 3 \cdot (3 : 3)] : 3$

л) $[450 : 5 : (3 \cdot 6) + 35] \cdot 7 - 140 + (540 : 60 + 7) \cdot (63 : 9)$

м) $[500 - (3500 : 700 \cdot 80 - 40 \cdot 9) \cdot (64 : 8)] : 9 - (72 : 6) : (81 : 27)$

н) $2 \cdot \{350 : [491 - 3 \cdot (125 - 78)] + 350\}$

2. Вычислите и запишите примером:

а) число на 55 больше половины числа 140;

б) число на 32 меньше трети числа 132;

в) четверть суммы чисел 195 и 925;

г) уменьшенную в 7 раз разность чисел 1000 и 111;

д) квадрат наименьшего числа в классе тысяч.

3. Дополните задачу так, чтобы решение потребовало следующий порядок выполнения действий: умножение, вычитание, деление, сложение.

Ручка стоит 5 леев, а портфель стоит ..., чем ручка. Книга стоит ..., чем портфель. Пенал стоит ..., чем книга. Сколько стоит ...?

4. Расставьте скобки так, чтобы получить верные равенства:

а) $240 - 120 + 80 = 40$;

г) $630 : 7 - 2 \cdot 9 \cdot 25 = 1800$;

б) $200 + 80 : 40 = 7$;

д) $128 + 49 : 42 : 6 \cdot 8 = 184$;

в) $5 \cdot 38 - 70 : 8 - 6 = 9$;

е) $180 : 300 - 30 \cdot 9 + 199 = 205$.

5. Вычислите, соблюдая порядок выполнения действий:

а) $6\,432 : 24 - 15^2 + 47 \cdot 6$;

б) $(3044 + 2056) : 17 + 8^3 - 304 : 38$;

в) $[888 - 8 \cdot (240 : 6 + 216 : 6)] : 4$;

г) $10^3 : \{123 + 34 : [(2 \cdot 3^2)^2 : 18 - 17^0 \cdot 1^{2020}]\}$;

д) $12 \cdot \{3 + 10 \cdot [120 + 6 \cdot (15 \cdot 5 + 25 \cdot 3)]\} - 174 \cdot 30$.

6. Дополните подходящими знаками действий в соответствии с указанным порядком их выполнения. Найдите несколько вариантов.

а) 5 ²⁾ 5 ¹⁾ 5 б) 4 ³⁾ 4 ¹⁾ 4 ⁴⁾ 4 ²⁾ 4 в) 2 ¹⁾ 5 ³⁾ 2 ²⁾ 5 ⁴⁾ 2 ⁵⁾ 5

7. Составьте пример в соответствии с данным порядком выполнения действий:

а) сложение, умножение, вычитание;

в) деление, сложение, умножение;

б) умножение, вычитание, деление;

г) вычитание, деление и вновь вычитание.



8. Конкурс. Кто восстановит вычисления первым?

$$\begin{array}{r|l} 9745 & 1* \\ *6 & 6** \\ \hline 145 & \\ *4 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 24*8 & *4 \\ ** & *0* \\ \hline *8 & \\ ** & \\ \hline 0 & \end{array}$$

§ 8 Решение задач на множестве натуральных чисел: метод обратного хода; метод приведения к единице

1. Метод обратного хода

Решаем и поясняем

Метод обратного хода применяется при решении задач, в которых описывается последовательное изменение данных, например, последовательное увеличение или уменьшение на несколько единиц или в несколько раз.

При решении задачи методом обратного хода:

- следуем по условию задачи в обратном направлении: от конца к началу условия; таким образом, меняем порядок действий, описанных в условии задачи;
- выполняем обратные действия:
сложение \leftrightarrow вычитание; умножение \leftrightarrow деление.

Следовательно, меняется не только порядок действий, описанных в условии, но и действия, которые надо выполнить для решения задачи.

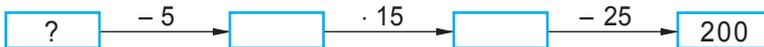
Проверка выполняется подстановкой, применяя к полученному числу действия описанные в условии задачи.

Пример: Винтик задумал натуральное число.
Уменьшил его на 5 единиц,
увеличил полученный результат в 15 раз,
затем вычел 25 из нового результата
и получил 200.
Какое число задумал Винтик?



Краткая запись

Чтобы применить метод обратного хода, удобно выполнить краткую запись в виде цепочки действий:

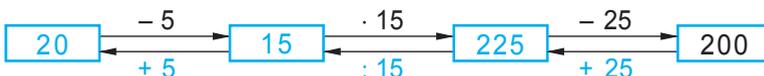


Решение

Возобновим цепочку действий в обратном порядке: меняем как порядок действий, так и каждое действие.

Решение можно записать:

- в виде цепочки действий:



- по действиям:
 - 1) $200 + 25 = 225$;
 - 2) $225 : 15 = 15$;
 - 3) $15 + 5 = 20$.
- примером:

$$(200 + 25) : 15 + 5 = 20$$

Проверка

Записываем действия по дополненной цепочке: слева направо. Убеждаемся, что полученный ответ верный:

$$\begin{array}{r} 15 \quad 225 \\ (20 - 5) \cdot 15 - 25 = 200. \end{array}$$

Ответ: Винтик задумал число 20.

Учимся решать

1. Сколько пассажиров было в поезде, если на станции вышла половина из них, вошло 15 человек, и стало 163?
2. Пребывание на солнце в знойный полдень – это риск для здоровья. В один из дней Дан загорал утром на пляже 2 с половиной часа. Затем вернулся через 5 часов и загорал на пляже 1 час 45 минут. Ушел с пляжа в 6 часов вечера. Во сколько он пришел утром на пляж?

2. Метод приведения к единице

Решаем и поясняем

В задачах, решаемых методом приведения к единице, встречаются три величины, находящиеся в зависимости типа $a \cdot b = c$. Например:

$$\begin{array}{l} \boxed{\text{количество}} \cdot \boxed{\text{цена}} = \boxed{\text{стоимость}} \quad \boxed{\text{время}} \cdot \boxed{\text{скорость}} = \boxed{\text{расстояние}} \\ \boxed{\text{количество коробок}} \cdot \boxed{\text{масса каждой коробки}} = \boxed{\text{масса всех коробок}} \end{array}$$

При решении задачи методом приведения к единице:

- сначала находим то, что рассматривается в задаче как единица (что не меняет значение, остается одинаковым);
- затем, используя найденную величину, отвечаем на вопрос задачи.

Пример 1. Стоимость 12 портфелей по одинаковой цене составляет 1440 леев. Сколько стоят 20 таких же портфелей?

*Выполняем краткую запись
или вносим данные в таблицу:*

1 п. ... ? леев	Количество (штук)	Цена (леев)	Стоимость (леев)
12 п. ... 1440 леев	12	?, одинаковая	1440
20 п. ... (?) леев	20		(?)

Рассуждаем:

Цена одинаковая, находим ее в первом действии.

Решение:

• с пояснением

- 1) $1440 : 12 = 120$ (леев) – цена;
- 2) $20 \cdot 120 = 2400$ (леев) – стоимомсть 20 портфелей.

• примером

$$20 \cdot (1440 : 12) = 2400 \text{ (леев)}$$

Ответ: 2400 леев.

Пример 2. Аня купила несколько ручек по 8 леев и потратила на это 24 лея. Игорь купил столько же карандашей по цене 4 лея. Сколько денег потратил Игорь?

Вносим данные в таблицу:

	Количество (штук)	Цена (леев)	Стоимость (леев)
Аня	?,	8	24
Игорь	одинаковое	4	?

Рассуждаем:

Количество одинаковое, находим его в первом действии.

Решение:

• с пояснением

- 1) $24 : 8 = 3$ (штук) – количество;
- 2) $3 \cdot 4 = 12$ (леев) – стоимость покупки Игоря.

• примером

$$24 : 8 \cdot 4 = 12 \text{ (леев)}$$

Ответ: 12 леев.

Пример 3. Грузовик проехал расстояние между двумя городами за 8 часов, двигаясь со средней скоростью 75 км в час. Это же расстояние автомобиль проехал со средней скоростью 100 км в час. За какое время проехал этот путь автомобиль?

Вносим данные в таблицу:

	Время (часы)	Скорость (км/ч)	Расстояние (км)
Грузовик	8	75	?,
Автомобиль	?	100	одинаковое

Рассуждаем:

Расстояние одинаковое, находим его в первом действии.

Решение:

• с пояснением

- 1) $8 \cdot 75 = 600$ (км) – расстояние;
- 2) $600 : 100 = 6$ (часов) – время, затраченное автомобилем.

• примером

$$8 \cdot 75 : 100 = 6 \text{ (часов)}$$

Ответ: 6 часов.

Задания для понимания

1. Сколько энциклопедий по цене 350 леев будут стоить столько же, сколько 20 словарей по цене 140 леев?
2. В 16 одинаковых наборах всего 192 фломастера. В скольких наборах такого же вида 132 фломастера?
3. В одно утро Алина и Миша направились в школу – Алина пешком, а Миша на велосипеде. В среднем Алина шла за минуту 70 м, а Миша проезжал 160 м. Найдите, какое расстояние прошла Алина за время, что Миша проехал 2 км 400 м.

Упражнения и задачи



1. Дополните цепочку недостающими числами и найдите значение каждой буквы:

$$\boxed{a} \xrightarrow{\cdot 3} \boxed{} \xrightarrow{+ 3} \boxed{30}$$

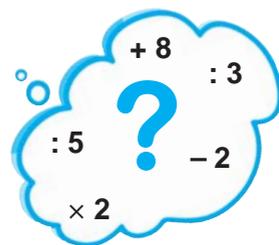
$$\boxed{b} \xrightarrow{+ 3} \boxed{} \xrightarrow{\cdot 3} \boxed{30}$$

$$\boxed{c} \xrightarrow{- 3} \boxed{} \xrightarrow{: 3} \boxed{} \xrightarrow{+ 3} \boxed{30}$$

2. Саша купил 4 фломастера, а Маша – 6 фломастеров по той же цене. Ребята оплатили покупку купюрой в 50 леев. Сколько стоит один фломастер?
3. За 12 кг винограда господин Чобану заплатил 192 лея. Сколько леев заплатил бы господин Чобану, если бы он купил 16 кг винограда по той же цене?



4. Я задумал число, поделил его на 5, к полученному частному прибавил 8, результат поделил на 3. От полученного числа вычел 2, затем удвоил результат и получил 14. Какое число я задумал?
5. Скорый поезд проходит 450 км за 5 часов. Сколько километров он проедет всего, если до пункта назначения он будет двигаться еще 3 часа с той же скоростью?



6. Ваня распределил 180 марок на 30 страницах своего нового альбома и у него остались свободными 5 страниц. Зная, что на каждой странице можно разместить одно и то же количество марок, найдите сколько еще марок надо собрать Ване, чтобы заполнить альбом.
7. Для пошива 50 рубашек одного размера необходимо 100 м ткани. Сколько метров ткани необходимо для пошива 30 рубашек?

8. Для лицея приобрели 20 наборов школьной мебели (парта и два стула), заплатив за все 33800 леев. Сколько будет стоить 50 наборов такой же мебели?
9. Автомобиль расходует 4 л бензина на 50 км. Сколько литров бензина понадобится на 600 км, если автомобиль будет двигаться с той же скоростью?
10. Сердце человека делает приблизительно 350 ударов за 5 минут. Сколько ударов сделает сердце за 1 час?
11. 20 мешков картошки весят на 119 кг больше, чем 13 мешков картошки. Сколько весит один мешок, если все мешки имеют одинаковый вес.
12. Два фермера продавали яблоки на ярмарке. Первый продавал в ящиках по 15 кг по цене 90 леев за ящик, а второй в пакетах по 2 кг по цене 19 леев за пакет. Кто из фермеров продавал яблоки дешевле?
13. Для поездки на экскурсию зарезервировали 5 одинаковых автобусов. На первых 3 автобусах поехало 147 человек. Сколько всего человек поехало на экскурсию, если все места в 5 автобусах были заняты?
14. Группа учащихся из трех V классов приобрела билеты в театр по одной и той же цене: 13 учащихся – из А класса, 7 – из Б класса и 10 – из В класса. Учащиеся из класса Б заплатили на 270 леев меньше, чем учащиеся из А класса. Сколько всего денег заплатили учащиеся из В класса?
-
15. Коза подготовила морковку для своих трех козлят. Первым пришел старший козленок и забрал половину морковки. Затем пришел средний козленок и забрал половину от оставшейся морковки. Последним пришел младший козленок, забрал половину оставшейся морковки и оставил 2 морковки. Сколько морковки подготовила Коза для своих козлят?
16. Воодушевившись рассказом Лисы, Волк начал строить планы: „Буду держать хвост в проруби, пока не наловлю столько рыбы, чтоб хватило и еще осталось. Продам на базаре четверть всех пойманных рыб и засолю 18 рыбин – ровно половину того, что продам“. Сколько рыб планировал поймать Волк.
17. Проект *Исследуем и создаем*.
- Сходите с родителями (или с кем-то из знакомых взрослых) за покупками и соберите соответствующие данные для составления одной задачи, которую можно решить методом обратного хода, и другой задачи, которая решается методом приведения к единице.
 - Представьте составленные и решенные задачи на веб-странице класса, проявляя творчество.
 - Участвуйте во взаимопроверке.

Задания для осмысления



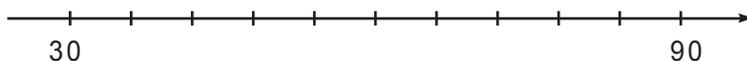
1. Приведите примеры жизненных ситуаций, в которых встречаются **натуральные числа**.
2. Сформулируйте и поясните на примерах свойства ряда натуральных чисел, опираясь на понятия: **наименьшее число**; **наибольшее число**; **последовательные числа**; **предшествующее число**; **последующее число**.
3. Поясните смысл понятий **разряд** и **класс**, выбрав 3 числа, принадлежащих к разным классам.
4. Перечислите шаги алгоритма построения **числовой оси**. В чем может помочь представление ряда натуральных чисел на оси?
5. Напишите математическую заметку об использовании каждого из знаков: $=$, \neq , $<$, $>$, \leq , \geq , \approx .
6. Назовите **арифметические действия**, компоненты и результат каждого из них.
7. Сформулируйте правила нахождения неизвестных компонентов сложения, вычитания, умножения, деления. Приведите примеры.
8. Сформулируйте и поясните на примерах **теорему деления с остатком**.
9. Опишите жизненные ситуации, требующие выполнения арифметических действий.
10. Назовите, аргументируя ответ, арифметические действия, которым присущ: **а) переместительный закон**; **б) сочетательный закон**; **в) нейтральный элемент**.
11. Выявите связи между действиями:
а) сложения и вычитания; **б)** умножения и деления;
в) умножения и сложения; **г)** умножения и вычитания;
д) деления и сложения; **е)** деления и вычитания.
12. Составьте примеры по **раскрытию скобок** и по **вынесению общего множителя за скобки**. Поясните выполнение этих преобразований с опорой на соответствующие свойства арифметических действий.
13. Сравните: **а)** деление без остатка и деление с остатком;
б) умножение и возведение в степень.
14. Обобщите правила о порядке выполнения арифметических действий, исходя из понятий: **порядок действия**; **скобки**.
15. Приведите пример задачи, которую можно решить:
а) методом приведения к единице;
б) методом обратного хода.

Упражнения и задачи для повторения

1. Прочитайте в порядке возрастания числа, записанные в таблице. Округлите каждое число:
 а) до сотен; б) до тысяч.

Город	Оргеев	Хынчешты	Унгены
Число жителей	33 630	17 468	38 400

2. Запишите натуральные числа, состоящие из:
 а) трех последовательных цифр, у которых цифра единиц равна 5;
 б) четырех последовательных цифр, у которых цифра сотен равна 6.
3. Изобразите числовую ось и отметьте на ней точки A, B, C, D, E с координатами 1; 5; 7; 9 и 13 соответственно.
4. Перечертите числовую ось в тетрадь и определите единичный отрезок. Отметьте с точностью на оси числа 45 и 70, отметьте приблизительно числа 43 и 69.



5. Выявите истинные неравенства.

$$2\ 890 < 28\ 900$$

$$12\ 306 \geq 12\ 306$$

$$436\ 172 \leq 297\ 300$$

$$3\ 548 > 3\ 584$$

$$40\ 321 \geq 40\ 311$$

$$920\ 053 \leq 920\ 530$$



Исправьте каждое ложное неравенство, изменив: а) знак сравнения; б) левую часть неравенства; в) правую часть неравенства.

6. Самое густонаселенное государство в мире – Китай. Здесь проживает около миллиарда трехсот миллионов человек. Меньше всего жителей в Ватикане – в один миллион триста тысяч раз меньше, чем в Китае. Сколько в Ватикане жителей? На сколько меньше человек проживает в Ватикане, чем в Китае?
7. Ежесекундно на Земле рождаются трое детей. Сколько детей рождается на нашей планете: а) ежеминутно; б) ежечасно; в) ежегодно?
8. Продолжите условие задачи так, чтобы в ответе получилось 4^5 .
Во дворе 4 жилых здания по 4 этажа каждый. На каждом этаже по ...
9. Запишите арифметическое действие, соответствующее каждому:
 а) выражению: $a + a + a + a + a$; $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$;
 б) примеру: $a - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 = 0$; $a - 5 - 5 - 5 - 5 = 2$.
10. Вычислите рациональным способом:
 а) $18 \cdot 17 + 12 \cdot 17$; б) $19 \cdot 36 - 9 \cdot 36$; в) $129 \cdot 24 + 76 \cdot 129$; г) $73 \cdot 58 - 58 \cdot 72$.

11. Вычислите и заполните таблицы.

Слагаемое	384	?
Слагаемое	?	192
Сумма	500	410

Множитель	Множитель	Произведение
48	?	720
?	12	2472

Уменьшаемое	1340	?
Вычитаемое	?	2106
Разность	134	904

Делимое	Делитель	Частное	Остаток
384	?	16	0
129	7	?	3

12. Решите задачи и назовите использованный метод.

- а) Маша купила 6 черных ручек и 8 синих по одинаковой цене. Найдите цену ручек, зная, что девочка оплатила покупку купюрой в 100 леев и получила сдачу 16 леев.
 б) За 50 кг апельсинов заплатили 1150 леев. Сколько стоят 20 кг апельсинов?

13. Вычислите, соблюдая порядок выполнения действий:

- а) $\{[3568 - (13^2 - 5^2) \cdot 23] : 64\}^2$;
 б) $\{[1050 - 1000 : (100 : 5)] : 8 - (164 - 4 - 6^2)\}^{100}$;
 в) $10 \cdot \{3 + (6 + 2^2) \cdot [2 \cdot 181 + 10 \cdot (24 + 24 : 2^2)]\}$.

14. Найдите в каждом ряду лишнее число: а) 100, 144, 196, 256, 316;
 б) 361, 289, 225, 196, 169; в) 0, 1, 8, 27, 64, 100, 125.

15.  **Работайте в паре!** Вычислите, следуя подходящему образцу, сумму всех последовательных натуральных чисел:
 а) меньше, чем 11; б) меньше, чем 16;
 в) меньше либо равных 20; г) меньше либо равных 31.

Образцы:

$\begin{array}{l} \overbrace{0+1+2+3+4+5+6} \\ = (1+6) + (2+5) + (3+4) = \\ = 7+7+7 = \\ = 3 \cdot 7 = 21 \end{array}$	$\begin{array}{l} \overbrace{0+1+2+3+4+5+6+7} \\ = (1+7) + (2+6) + (3+5) + 4 = \\ = 8+8+8+4 = \\ = 3 \cdot 8 + 4 = 28 \end{array}$
--	--

Этот оригинальный способ вычисления носит имя своего первооткрывателя – великого математика **Карла Фридриха Гаусса** (1777–1855). Интересно и то, что Гаусс придумал этот способ, будучи в вашем возрасте.



 Поясните применение арифметических действий и их свойств. Составьте и решите аналогичные примеры.

16. Из чисел 3 486, 3 428, 3 472, 3 390 выберите и запишите те числа, которые расположены ближе к 3 400 чем к 3 500.
17. Запишите наименьшее и наибольшее четырехзначные натуральные числа, у которых только две одинаковые цифры.
18. Используя информацию из таблицы, ответьте на следующие вопросы:
 1) Расстояние от какой планеты до Солнца заключено между 500 миллионами километров и 1 миллиардом километров?
 2) Расстояние от какой планеты до Солнца приблизительно равно ста пятидесяти миллионам километров?



Запишите названия планет, начиная с самой близкой к Солнцу планете и заканчивая самой дальней.

Планета	Расстояние до Солнца
Уран	2 869 000 000
Меркурий	57 900 000
Юпитер	778 300 000
Земля	149 600 000
Венера	108 200 000
Сатурн	1 427 000 000
Марс	227 900 000
Нептун	4 490 000 000



19. Выберите правильный вариант равенства, соответствующий условию задачи, затем решите задачу.
- а) Для покупки энциклопедии стоимостью 162 лея, не хватает 18 леев. Сколько у меня денег?
- б) После покупки пенала за 18 леев осталось 162 лея. Сколько денег у меня было первоначально?
- в) 162 детали Лего распределили в 18 одинаковых кучек. Сколько деталей в каждой кучке?
- г) Сколько марок необходимо для заполнения альбома, если в альбоме 162 страницы и на каждой странице можно разместить 18 марок?
- А. $\square \cdot 18 = 162$
- Б. $162 : \square = 18$
- С. $\square + 18 = 162$
- Д. $\square : 18 = 162$
- Е. $\square - 18 = 162$

20. На остановке из автобуса вышли 10 пассажиров и зашли 7 пассажиров. На следующей остановке вышла половина пассажиров, которая была в автобусе, и зашли 9. Сколько пассажиров было в автобусе первоначально, если сейчас в автобусе 24 пассажира?
21. Миша собрал в копилку сумму денег. В пятницу он сделал несколько покупок и потратил четверть всей суммы. В субботу с друзьями он посидел в кафе и потратил в 3 раза меньше оставшейся суммы. В воскресенье Миша потратил половину оставшейся суммы и после всех затрат у него осталось 150 леев. Сколько денег было у Миши первоначально?
-
22. Число, которое читается справа налево так же, как слева направо, называется **палиндромом**. Например: 22; 141; 2552; 10 001; 23 832; 3 705 073.
- а) Какой цифрой не может оканчиваться ни один палиндром?
б) Сколько трехзначных палиндромов содержат цифру 5 в разряде десятков?
в) Сколько пятизначных палиндромов оканчивается цифрами 3 и 4?
23. Найдите натуральное число, записанное двумя последовательными цифрами, которое:
- а) на 45 больше суммы своих цифр;
б) в 4 раза больше суммы своих цифр.
24. Автобус проезжает 300 км между двумя населенными пунктами. Обычно путь в одну сторону занимает 5 часов. В один из дней автобус ехал со скоростью на 10 км/ч меньше, чем обычно. На сколько часов больше двигался автобус в одном направлении в этот день?
25. – Задумай двузначное число, – предложил учитель Сергею. – Умножь сумму его цифр на 11, затем отними задуманное число от полученного результата. Сколько у тебя получилось?
– Двадцать пять.
– Так... Я знаю, какое число ты задумал.
Восстановите ход рассуждений учителя и найдите число, которое задумал Сергей.
26. Несколько учеников встали в ряд. Каждый из них, начиная со второго, взял вдвое больше кубиков, чем предыдущий. Сколько может быть в ряду ребят, если тот, кто стоит посередине, взял 2^3 кубиков?



Итоговый тест

Время выполнения
работы: 45 минут

I вариант

- Дано число 120 075.
 - Запишите названия разрядов, в которых стоит цифра 0 в заданном числе.
 - Выполните деление в столбик заданного числа на 15.
 - Составьте истинное нестрогое неравенство, используя заданное число.
- Рассмотрите заданные выражения и выполните требования.
 - Вынесите общий множитель за скобки: $25 \cdot 34 + 26 \cdot 25$.
 - Раскройте скобки:
 $(63 - 42) \cdot 2$.
 - Определите порядок выполнения действий и вычислите:
 $150150 - 150 \cdot [19^2 - (15^2 + 5^3)]$.
- Я задумал число. Уменьшил его на 5 единиц, результат увеличил в 25 раз, затем поделил пополам новый результат и получил 250. Какое число я задумал?
 - Выполните краткую запись задачи в виде цепочки действий.
 - Решите задачу.
 - Назовите метод решения задачи.
- Мария купила 5 флажков по цене 12 леев и потратила столько же денег, сколько и Влад, который купил шары по 15 леев. Сколько шаров купил Влад?
 - Внесите данные задачи в таблицу.
 - Решите задачу с пояснением.
 - Назовите метод решения задачи.

II вариант

- Дано число 201 075.
 - Запишите названия разрядов, в которых стоит цифра 0 в заданном числе.
 - Выполните деление в столбик заданного числа на 25.
 - Составьте истинное нестрогое неравенство, используя заданное число.
- Рассмотрите заданные выражения и выполните требования.
 - Вынесите общий множитель за скобки: $32 \cdot 58 - 58 \cdot 25$.
 - Раскройте скобки:
 $8 \cdot (59 + 63)$.
 - Определите порядок выполнения действий и вычислите:
 $510510 - 510 \cdot [18^2 - (14^2 + 4^3)]$.
- Я задумал число. Увеличил его на 5 единиц, результат уменьшил в 25 раз, затем утроил новый результат и получил 75. Какое число я задумал?
 - Выполните краткую запись задачи в виде цепочки действий.
 - Решите задачу.
 - Назовите метод решения задачи.
- Аня купила раскраски по 12 леев. Денис купил столько же раскрасок, что и Аня, только по 15 леев. Зная, что Аня потратила 60 леев, найдите сколько потратил Денис.
 - Внесите данные задачи в таблицу.
 - Решите задачу с пояснением.
 - Назовите метод решения задачи.

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	36–35	34–31	30–27	26–21	20–16	15–12	11–8	7–5	4–3	2–0

2

Множества

§1 Множества

1. Понятие множества

Исследуем и узнаем



Стая птиц



Табун лошадей



Коллекция марок

МНОЖЕСТВА

- Множество – это совокупность объектов, объединяемых по некоторому признаку. Эти объекты называются **элементами множества**.
- Множества обозначают заглавными латинскими буквами: *A*, *B*, *C* и т. д.
- Элементы множества записывают в фигурных скобках.

- В пенале у Анны лежат следующие предметы:



Множество предметов из Аниного пенала:

$M = \{\text{ручка}, \square, \square, \square, \square\}$.

Ручка является элементом множества M , а тетрадь не является элементом этого множества.

Пишем:	Читаем:
Ручка $\in M$.	Ручка принадлежит множеству M .
Тетрадь $\notin M$.	Тетрадь не принадлежит множеству M .

Возьмите на заметку

Число элементов множества A называется **кардиналом множества A** .
Обозначается: $\text{card } A$.

Множество M содержит 5 элементов. Значит, $\text{card } M = 5$.

Задания для понимания

- Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$.

Заполните пропуски: $\text{card } A = \square$; $b \in A$; $c \square A$; $e \notin \square$; $f \square A$.

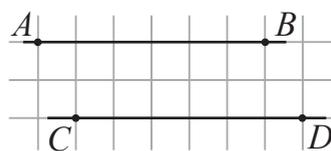
- Множество, не содержащее ни одного элемента, называется **пустым множеством**.
- Обозначаем: $A = \emptyset$.
- Таким образом, $\text{card } \emptyset = 0$.

- Рассмотрите и поясните.



Множество людей, живущих на Луне

Множество слонов на Северном Полюсе



Множество общих точек прямых AB и CD



Приведите пример пустого множества.

Возьмите на заметку

Множество **натуральных чисел** обозначают через \mathbb{N} :

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}.$$

Множество **ненулевых натуральных чисел** обозначают через \mathbb{N}^* :

$$\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; \dots\}.$$

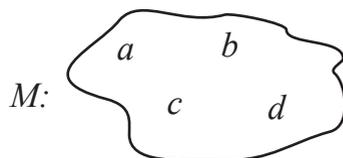
§2 Способы задания множества

Множество можно задать:

- 1) перечислением его элементов;
- 2) словесным описанием;
- 3) диаграммой Венна–Эйлера;

Примеры:

- 1) $A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$
- 2) B – это множество девочек 5-го класса.



- 4) указанием характеристического свойства его элементов.

4) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$

Множество C содержит элементы x , обладающие свойством: являются натуральными числами меньше 5.



Работайте в парах

- Обсудите и задайте:
 - а) множество A словесным описанием;
 - б) множество C перечислением его элементов.



Можно ли задать множество \mathbb{N} перечислением всех его элементов? Почему?

Исследуем и узнаем

Множество натуральных чисел, которые делят число 12 без остатка:

$$D = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}.$$

Множество D является **конечным** (содержит конечное число элементов).

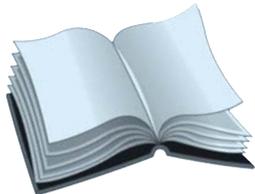
Множество натуральных чисел, которые делятся на 12 без остатка:

$$M = \{0, 12, 24, 36, 48, \dots\}.$$

Множество M является **бесконечным** (содержит бесконечное число элементов).

12

- Определите, каким является множество: **конечным** или **бесконечным**?



Множество страниц книги



Множество точек прямой l

Упражнения и задачи



1. Дано множество $A = \{5, 7, 8, 13\}$. Укажите устно:
 - а) три элемента, принадлежащие множеству A ;
 - б) три элемента, не принадлежащие множеству A .
2. Задайте множество мальчиков вашего класса перечислением элементов.
 - а) Запишите два элемента, которые принадлежат этому множеству.
 - б) Найдите кардинал полученного множества.
3. Впишите знак \in или \notin :
 - а) $0 \in \mathbb{N}^*$;
 - б) $45 \in \mathbb{N}$;
 - в) $\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$.
4. Задайте множество букв в слове „математика“ перечислением элементов. Сколько элементов содержит это множество?
5. Пусть M – множество двузначных натуральных чисел, сумма цифр которых равна 5.
 - а) Задайте множество M перечислением его элементов.
 - б) Найдите $\text{card } M$.
6. Пусть A – множество всех летающих существ, B – множество птиц, C – множество насекомых. Запишите два элемента, которые:
 - а) принадлежат множеству A и не принадлежат множеству B ;
 - б) принадлежат множеству B и не принадлежат множеству A ;
 - в) принадлежат множеству A и не принадлежат множеству C ;
 - г) принадлежат множеству C и не принадлежат множеству A .
7. Приведите пример пустого множества.
8. Назовите три элемента, принадлежащих множеству:
 - а) A – множество рек Республики Молдова;
 - б) B – множество молдавских поэтов;
 - в) M – множество европейских стран.
9. Пусть A – множество учебных дисциплин, изучаемых в 5-м классе, B – множество дисциплин, указанных в расписании вашего класса на понедельник.
 - а) Задайте множества A и B перечислением их элементов.
 - б) Найдите кардинал множества A и множества B .
10.  **Работайте в парах!** Найдите кардинал множества:
 - а) A – множество дней недели;
 - б) B – множество месяцев в году;
 - в) C – множество муниципий Республики Молдова;
 - г) M – множество планет Солнечной системы;
 - д) D – множество натуральных чисел, расположенных между 98 и 101.



11. Пусть A – множество двузначных натуральных чисел, которые делятся на 5.
- Найдите $\text{card } A$.
 - Какие из высказываний являются истинными и какие ложные: $10 \in A$, $12 \notin A$, $100 \in A$, $35 \in A$, $90 \notin A$?
12. Дано множество $A = \{12, 43, 54, 31, 88, 25\}$. Составьте из элементов множества A множество, элементы которого обладают следующими свойствами:
- цифра десятков каждого числа на единицу больше цифры единиц;
 - сумма цифр каждого числа равна 7;
 - числа записаны одними и теми же цифрами;
 - сумма цифр каждого числа является четным числом.

13. а) Задайте перечислением элементов множество:

1) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 8\}$;

2) $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 \leq x < 9\}$;

3) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 5 \leq x \leq 12\}$.

- б) Найдите кардинал каждого из множеств A , B и C .

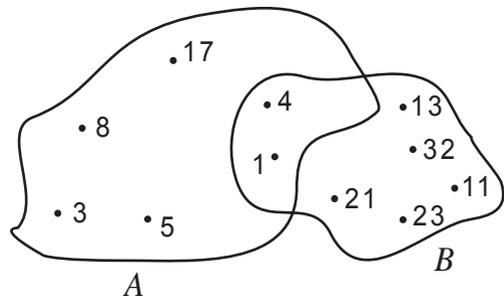
- в) Запишите множество M , содержащее элементы, которые принадлежат всем трем множествам: A , B и C .

14. Рассмотрите диаграммы и:

- а) перечислите элементы множеств A и B ;

- б) задайте множество C , элементами которого являются элементы, принадлежащие множеству A и не принадлежащие множеству B ;

- в) задайте множество M , содержащее общие элементы множеств A и B .



15.  **Работайте в парах!**

Укажите пустые множества.

A – множество отличников вашего класса;

B – множество учеников вашего класса, у которых все отметки по математике – „5“;

C – множество крокодилов реки Днестр;

D – множество натуральных чисел x таких, что $x + 5 = 0$;

E – множество чисел, которые делятся без остатка на 11.

16. Определите характеристическое свойство множества:

- а) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
- б) $B = \{15, 30, 45, 60, 75, 90\}$;
- в) $A = \{3, 6, 9\}$;
- г) $C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.



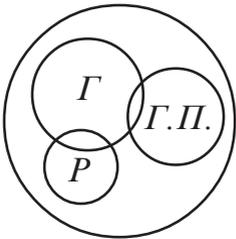
17. **Проект Множества в моей жизни.** Класс делится на группы по 6–8 учащихся. Каждая группа представит плакат с примерами множеств:

- а) из школьной жизни;
- б) из жизни семьи;
- в) из общественной жизни.

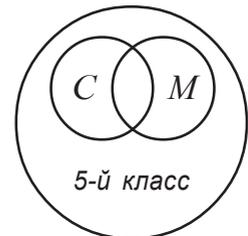
18. Элементы множества, за исключением одного, обладают характеристическим свойством. Определите это свойство и исключите лишний элемент.

- а) {корова, коза, овца, лев, свинья};
- б) {Париж, Лондон, Вашингтон, Бухарест, Одесса};
- в) {1, 4, 9, 18, 25, 36};
- г) {3, 6, 9, 15, 27}.

19. На полке лежали 26 волшебных книг, все они были прочитаны. Четыре из них прочитали и Гарри Поттер, и Рон. Гермиона прочитала 7 книг, которые не прочитали ни Гарри Поттер, ни Рон, и две книги, которые прочитал Гарри Поттер. Всего Гарри Поттер прочитал 11 книг. Сколько книг прочитал только Рон? Решите задачу, применив диаграмму.



20. В 5-м классе учатся 25 учеников. Из них 15 посещают математический кружок, 11 – спортивную секцию, а остальные 4 не посещают ни кружок, ни секцию. Сколько учеников 5-го класса посещают кружок и секцию? Решите задачу, применив диаграмму, изображенную справа.



Задания для осмысления



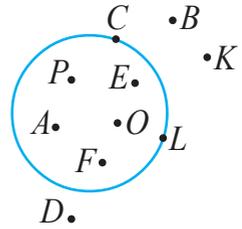
1. Приведите примеры множеств из повседневной жизни.
2. Как называются объекты, образующие множество?
3. Как обозначают множество?
4. Как обозначают кардинал множества A ?
5. Приведите примеры множеств, кардинал которых равен:
а) 0; б) 1; в) 5;
г) 10; д) 31; е) 2020.
6. Приведите примеры пустого множества.
7. Какие множества обозначаются через \mathbb{N} и \mathbb{N}^* ?
8. Как обозначают пустое множество?
9. Как можно задать множество? Приведите примеры.
10. Приведите по одному примеру конечного множества и бесконечного множества.
11. Сформулируйте по одному истинному и ложному высказыванию, относящемуся к множествам.
12. Приведите примеры множеств из класса, в котором вы учитесь.
13. Приведите примеры множеств из семейной жизни.
14. Приведите примеры множеств из школьной жизни.

Упражнения и задачи для повторения



1. Пусть M – множество точек, принадлежащих внутренней области окружности.

- а) Определите точки, принадлежащие множеству M .
 б) Какие точки не принадлежат множеству M ?



2. Заполните пропуски словом „конечно“ или „бесконечно“:

- а) Множество натуральных чисел .
 б) Множество натуральных двузначных чисел .
 в) Множество натуральных чисел, меньших, чем 50 .
 г) Множество натуральных чисел, больших, чем 100 .

3. **Работайте в парах!** Задайте множество перечислением его элементов и найдите кардинал этого множества.

- а) Множество натуральных чисел, расположенных на числовой оси между числами 48 и 55.
 б) Множество натуральных чисел, цифрой единиц которых является 3 и которые расположены на числовой оси между числами 18 и 55.
 в) Множество натуральных чисел, расположенных на числовой оси между числами 48 и 55 и являющихся квадратами натуральных чисел.
 г) Множество натуральных чисел, расположенных на числовой оси между числами 48 и 55 и которые делятся без остатка на 8.

4. Задайте множество цифр, с помощью которых записывается число:

- а) 3 254; б) 8 797; в) 11 000; г) 555 555.



5. Определите характеристическое свойство элементов множества и дополните его двумя элементами:

- а) $A = \{11, 22, 33, 44, \dots\}$; в) $C = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$;
 б) $B = \{1, 10, 100, 1000, \dots\}$; г) $D = \{2, 4, 8, 16, \dots\}$.

6. **Работайте в парах!** Все подружки Даниелы ухаживают за комнатными цветами: 6 подруг – за кактусами, 5 подруг – за фиалками. У двоих из ее подруг есть и кактусы, и фиалки. При помощи диаграммы найдите, сколько подруг у Даниелы.



7. Во время каникул из 29 учеников V-го класса 18 побывали в цирке, 22 пошли на концерт, а трое, будучи больными, никуда не попали. Найдите сколько учеников были и в цирке, и на концерте.
8. Клоуны Тимоша, Гоша и Проша вышли на арену в шляпах разных цветов: красный, синий и желтый. Их туфли также имели эти три цвета. Шляпа и туфли Гоши имели один и тот же цвет. Проша не носил ничего красного. Туфли Тимоши были желтыми, а его шляпа – другого цвета. Какого цвета были туфли и шляпа Гоши и Проши?



-
9. Из всех учеников 5-го класса 12 любят читать книги о приключениях, 18 – фантастику, 3 ученика предпочитают литературу обоих жанров, а один ученик не любит читать. Сколько учеников в 5-м классе?
10. Группа туристов отдыхает в горах. Известно, что 7 из них катаются на сноуборде, 9 – на лыжах, 3 – на лыжах и сноуборде, а 2 вообще не умеют кататься. Сколько туристов в этой группе?
11. Ученики 5-го класса на каникулах посетили театр и музей. Известно, что в театре побывали 16 учеников, в музее – 13 учеников, 10 учеников посетили и театр, и музей, а 5 учеников не принимали участие ни в одном из этих мероприятий. Сколько учащихся в этом классе?



Итоговый тест

Время выполнения
работы: 45 минут

I вариант

1. Истинно или Ложно?

Дано множество $E = \{0, 5, 10, 15, 20\}$.

- а) $5 \notin E$;
- б) $\text{card } E = 5$.

2. Даны множества $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$,
 B – множество натуральных чисел,
 которые делятся без остатка на 3,
 $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 9\}$.

- а) Какое из данных множеств является бесконечным?
- б) Запишите три элемента, принадлежащих множеству B .
- в) Задайте множество C перечислением элементов и найдите его кардинал.

г) Задайте множество A указанием характеристического свойства его элементов.

д) Запишите множество M , которое состоит из общих элементов множеств A , B и C и найдите $\text{card } M$.

3. Дано множество M , которое состоит из трехзначных натуральных чисел, составленных из цифр 5, 6, 7, без повторения цифр в записи числа.

- а) Запишите элементы множества M .
- б) Найдите $\text{card } M$.

II вариант

1. Истинно или Ложно?

Дано множество $E = \{0, 3, 6, 9, 12, 15\}$.

- а) $8 \notin E$;
- б) $\text{card } E \neq 5$.

2. Даны множества $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$,
 B – множество натуральных чисел,
 которые делятся без остатка на 4,
 $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 < x \leq 8\}$.

- а) Какое из данных множеств является бесконечным?
- б) Запишите три элемента, принадлежащих множеству B .
- в) Задайте множество C перечислением элементов и найдите его кардинал.

г) Задайте множество A указанием характеристического свойства его элементов.

д) Запишите множество M , которое состоит из общих элементов множеств A , B и C и найдите $\text{card } M$.

3. Дано множество M , которое состоит из трехзначных натуральных чисел, составленных из цифр 2, 3, 4, без повторения цифр в записи числа.

- а) Запишите элементы множества M .
- б) Найдите $\text{card } M$.

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	20–19	18–17	16–15	14–13	12–10	9–7	6–5	4–3	2	1

3

Делимость

§ 1 Делитель. Кратное

Исследуем и узнаем

• У Деда Мороза в мешке 36 подарков. Дедушка Мороз задумался: „Смогу ли я поделить поровну эти подарки между 12 детьми? А между 15 детьми? А между 18?“

Поможем Деду Морозу найти ответы на эти вопросы.

Решение:

- Эти 36 подарков можно поделить поровну между 12 детьми, так как $36 : 12 = 3$.
- Эти 36 подарков поровну между 15 детьми, так как $36 : 15 =$ (ост.).
- Между 18 детьми поровну эти 36 подарков, так как $36 :$ $=$.

Говорим, что число 12 является **делителем** числа 36.

<i>Обозначаем:</i>	<i>Читаем:</i>
$36 : 12$, или $12 \overline{)36}$	36 делится на 12, или 36 кратно 12. 12 делит 36, или 12 делитель 36.

Аналогично: число 18 является **делителем** числа 36.

<i>Обозначаем:</i>	<i>Читаем:</i>
$36 : 18$, или $18 \overline{)36}$	36 делится на 18, или 36 кратно 18. 18 делит 36, или 18 делитель 36.

Говорим, что число 15 не является **делителем** числа 36.

<i>Обозначаем:</i>	<i>Читаем:</i>
$36 \not\div 15$, или $15 \overline{)36}$	36 не делится на 15, или 36 не кратно 15. 15 не делит 36, или 15 не является делителем 36.



Возьмите на заметку

- Натуральное число b является **делителем** натурального числа a , если существует натуральное число c такое, что $a = b \cdot c$.
- Ненулевое натуральное число b является делителем натурального числа a , если a делится без остатка на b .

Применяем и объясняем

- Впишите подходящее число и прочитайте полученное высказывание:

а) $\square : 5$; б) $16 : \square$; в) $3 | \square$; г) $\square | 24$;

д) $8 \nmid \square$; е) $\square \nmid 11$; ж) $\square \nmid 18$; з) $7 \nmid \square$.

Обозначаем множество делителей натурального числа a через D_a .



Впишите соответствующие числа и прокомментируйте:

а) $D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$; б) $D_3 = \{1, 3\}$; в) $D_{12} = \{1, \square, \square, \square, \square, \square\}$.

Возьмите на заметку

- Множество делителей ненулевого натурального числа конечно.
- Число 1 является делителем любого натурального числа.

Исследуем и узнаем

- В каждой коробке конфет „Метеорит“ по 12 конфет.

а) Можно ли купить ровно 24 конфеты?

б) А 36 конфет?

в) А 27 конфет?

Решение:

а) Да $\rightarrow 24 = 12 \cdot 2$

б) $\square \rightarrow 36 = \square \cdot \square$

в) Нет $\rightarrow 27 \nmid 12$

Говорим:

24 кратно числу 12.

36 кратно числу 12.

27 не кратно числу 12.



Возьмите на заметку

Натуральное число b **кратно** натуральному числу a , если b делится без остатка на a .

Обозначаем множество кратных натурального числа a через M_a .

Пример:

$0 : 7 = 0$ (остаток 0), $7 : 7 = 1$ (остаток 0), $14 : 7 = 2$ (остаток 0), $21 : 7 = 3$ (остаток 0), ... Следовательно, $M_7 = \{0, 7, 14, 21, 28, 35, \dots\}$.



Впишите соответствующие числа и прокомментируйте.

а) $M_4 = \{0, 4, 8, \dots\}$; б) $M_{11} = \{0, \square, \square, \dots\}$; в) $M_{20} = \{0, \square, \square, \dots\}$.

Возьмите на заметку

1. Множество кратных ненулевого натурального числа бесконечно.
2. Число 0 кратно любому натуральному числу.

Обобщаем



Упражнения и задачи



1. Прочтите:

- а) $15 : 1$; б) $28 : 7$; в) $80 : 40$; г) $0 : 2010$; д) $9 \nmid 10$;
 е) $8 | 56$; ж) $10 \nmid 101$; з) $5 \nmid 21$; и) $11 \nmid 2010$; к) $15 | 225$.

2. Запишите, используя математические символы:

- а) 9 является делителем 36; б) 40 делится на 8;
 в) 11 не является делителем 65; г) 29 не делится на 3.

3. Вместо многоточия впишите слово „делит“ или „кратно“:

- а) 1 ... 64; б) 12 ... 48; в) 30 ... 6;
 г) 4 ... 2; д) 50 ... 50; е) 0 ... 121.

4. Истинно или Ложно?

- а) 5 делитель 60; б) 0 делит 33;
 в) 0 кратен 68; г) 104 кратно 4;
 д) 28 кратно 28; е) 88 не делит 8;
 ж) 66 не кратно 11; з) 2012 делит 5.



5. Найдите множество:

- а) D_{18} ; б) D_{11} ; в) D_{50} ; г) D_1 ; д) D_{92} ; е) D_{65} .

6. Задайте множество, полученное из первых пяти чисел, кратных числу:

- а) 5; б) 7; в) 10; г) 15; д) 20.

7. Запишите множество двузначных чисел, которые кратны:

- а) 8; б) 10; в) 11; г) 15.

8. Запишите в порядке возрастания все делители числа:

- а) 30; б) 40; в) 50; г) 80; д) 100.

9. Истинно или Ложно?

- а) $8 \mid 64$; б) $121 : 11$;
в) $7 \mid 43$; г) 15 делитель числа 70.



10. Определите устно, какой из знаков „:” и „|” следует записать:

- а) $8 \square 56$; б) $250 \square 50$; в) $144 \square 12$; г) $3^2 \square 6^2$.

11. Дано множество $M = \{4, 1, 3, 2, 5, 8, 6, 7, 10, 15\}$.

Перечислите элементы множеств:

$$A = \{x/x \in M \text{ и } x \mid 18\}; \quad B = \{x/x \in M \text{ и } 45 : x\};$$

$$C = \{x/x \in M \text{ и } x \nmid 9\}; \quad D = \{x/x \in M \text{ и } 20 \nmid x\}.$$

12. Используя цифры 4, 7, 0 без повторения, запишите все трехзначные натуральные числа, делящиеся на 2.

13. Используя цифры 3, 5, 0 без повторения, запишите все трехзначные натуральные числа, делящиеся на 5.

14.  **Работайте в парах!**

Даны числа: 18, 27, 60, 44, 45, 90, 42, 180, 135, 540.

а) Перечертите в тетрадь и заполните таблицу.

Числа из списка, которые делятся
на 2
на 5
на 10

б) Какие из этих чисел делятся на 6; на 20; на 30?

15. У Димы есть 90 леев. На всю эту сумму он должен купить тетради одного наименования. В магазине продаются тетради по цене 4 лея, 5 леев и 6 леев. По какой цене может купить тетради Дима?

16. Даны числа: 21, 60, 45, 90, 33, 12, 102, 2010, 99, 100.

а) Перечертите в тетрадь и заполните таблицу.

Числа из списка, которые кратны
2
5
10

б) Какие из этих чисел кратны 6; 20; 30?

17. Найдите натуральное число, которое делится и на 8, и на 13.
18. Найдите натуральное число, которое кратно 7 и 11.
19. Какие числа, расположенные между числами 219 и 281, делятся на 2? На 5? На 10?
20. Запишите число 32 в виде произведения:
 а) двух чисел, которые делятся на 4;
 б) двух чисел, одно из которых делится на 4, а другое не делится на 4.
21. Задайте перечислением элементов множества:
 $A = \{x/x \in \mathbb{N}, x : 6 \text{ и } 11 \leq x \leq 38\}$; $B = \{x/x \in \mathbb{N}, 8 | x \text{ и } x \leq 40\}$;
 $C = \{x/x \in \mathbb{N}, (x-1) : 10 \text{ и } x < 61\}$; $D = \{x/x \in \mathbb{N}, x \leq 18 \text{ и } 5 | (x+13)\}$.
22.  **Работайте в парах!** Можно ли покупку в 120 леев оплатить только купюрами достоинством: 1 лей; 5 леев; 10 леев; 20 леев; 50 леев; 100 леев?
23. Пусть $A = \{x/x \in \mathbb{N}, x - \text{делитель числа } 36\}$, $B = \{x/x \in \mathbb{N}, x \text{ кратен } 4 \text{ и } x \leq 24\}$.
 а) Найдите элементы множеств A и B .
 б) Сравните $\text{card } A$ и $\text{card } B$.

24. *Истинно или Ложно?*

а) $5 \in D_{15}$;

в) $6 \in M_{12}$;

д) $5 \in M_{10}$;



б) $4 \notin D_{10}$;

г) $7 \notin M_{14}$;

е) $2 \notin D_{12}$.

25.  **Проект Делимость в повседневной жизни.** Работая в группах по 4–6 учащихся, сформулируйте не менее 5 примеров приложения делимости чисел в повседневной жизни.

26. Делится ли число 123 123 на число 123?

27. Покажите, что число $6^{12} - 4^8$ делится на 10.

28. Запишите все числа вида $\overline{4*83*}$, которые делятся на 2 и на 5.

29. Впишите вместо x подходящую цифру:

а) $\overline{13x} : 5$;

б) $5 \overline{)225x}$;

в) $\overline{3x2x} : 2$;

г) $\overline{6x5x} : 10$.

Образец: $\overline{ab} = 10a + b$;

$\overline{abc} = 100a + 10b + c$;

$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$.

§2 Признаки делимости

1. Признак делимости на 2

Исследуем и узнаем

• В 5 „А“ классе 34 ученика, а в 5 „Б“ – 35 учеников. На уроке физкультуры для проведения эстафеты учеников построили парами.

а) Все ли ученики 5 „А“ класса участвовали в эстафете?

б) Принимали участие в эстафете все ученики 5 „Б“ класса?



Решение:

а) $34 : 2 = 17 \rightarrow$ в эстафете участвовали все ученики 5 „А“.

Заметим: Последней цифрой числа 34 является и $34 : 2$.

б) $35 : 2 = 17$ (ост. 1) \rightarrow не все ученики 5 „Б“ класса принимали участие в эстафете.

Заметим: Последней цифрой числа 35 является и $35 \not\div 2$.



Заполните таблицу и сделайте вывод:

Число	Последняя цифра числа	Число делится на 2
20	0	Да
12	2	Да
34	4	
106	6	
28	8	
21	1	

Если запись натурального числа a оканчивается цифрой 0, 2, 4, 6 или 8, то число a делится на 2.

Если натуральное число делится на 2, то оно оканчивается цифрой 0, 2, 4, 6 или 8.

Последняя цифра числа a :
0, 2, 4, 6, 8 $\Leftrightarrow a : 2$

Возьмите на заметку

Признак делимости на 2. Натуральное число делится на 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0, 2, 4, 6 или 8.

- Числа, которые делятся на 2, называются **четными**.
- Числа, которые не делятся на 2, называются **нечетными**.



Заполните.

Четные числа → 0, 2, 4, 6, 8, , , , , ,

Нечетные числа → 1, 3, 5, 7, 9, , , , ,

Задания для понимания

1. Впишите подходящие четные натуральные числа:

$$24 < \square < \square < \square < 102.$$

2. Впишите подходящие нечетные натуральные числа:

$$\square < 35 < \square < \square < 77.$$

2. Признак делимости на 5

Исследуем и узнаем

- Найдите закономерность и заполните пропуски.

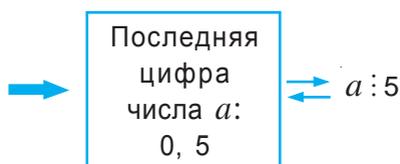


Заметим:

Числа 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 делятся на 5 и оканчиваются цифрой 0 или 5.

Если запись натурального числа a оканчивается цифрой 0 или 5, то число a делится на 5.

Если натуральное число делится на 5, то оно оканчивается цифрой 0 или 5.



Возьмите на заметку

Признак делимости на 5. Натуральное число делится на 5 тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0 или 5.

Примеры:

$$2\boxed{5} : 5; \quad 3\boxed{4} \not\div 5;$$

$$60\boxed{0} : 5; \quad 49\boxed{8} \not\div 5.$$

Применяем и объясняем

1. Впишите трехзначные натуральные числа, которые делятся на 5:

$$\square > \square > 125 > \square > 105.$$

2. Подставьте вместо * подходящую цифру:

а) $12* : 5$;

б) $68* \not\div 5$;

в) $120* : 5$;

г) $4* \not\div 5$.

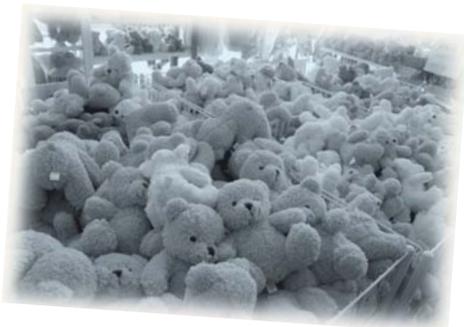
3. Признак делимости на 10

Исследуем и узнаем

• В первый день на фабрике игрушек изготовили 560 плюшевых мишек, которых надо расфасовать в коробки по 10 штук.

На второй день на фабрике игрушек изготовили 648 плюшевых мишек, которых надо также расфасовать в коробки по 10 штук.

Удалось ли расфасовать всех мишек в первый день? Во второй день?



Решение:

I день: $560 : 10 = \square$ (коробок) $\rightarrow 560 : 10 \rightarrow$ Да

II день: $648 : 10 = \square$ (ост. \square) $\rightarrow 648 \not\div 10 \rightarrow$ Нет



Найдите закономерность и заполните пропуски:

а) $\square 0 : 10 \xrightarrow{+10} \square 10 : 10 \xrightarrow{+10} \square 20 : 10 \xrightarrow{+10} \square : \square \xrightarrow{+10} \square : \square$

б) $201\square : 10$ $2\square 1 \not\div 10$ $3\square 2 \not\div 10$ $5\square 3 \square 10$ $20\square 4 \square 10$

$54\square 6 \square 10$ $7\square 7 \square 10$ $308 \square 10$ $99 \square 10.$ $3\square 5 \square 10$

Что вы подметили?

Если запись натурального числа a оканчивается цифрой 0, то число a делится на 10.

Если натуральное число делится на 10, то оно оканчивается цифрой 0.

Последняя
цифра
числа a :
0



$a : 10$

Возьмите на заметку

Признак делимости на 10. Натуральное число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0.

Применяем и объясняем

Измените порядок цифр числа 503 так, чтобы полученное число:

- а) делилось на 2;
- б) делилось на 5;
- в) делилось на 10.

Сколько решений имеет задача в каждом случае?

Упражнения и задачи



1. Впишите подходящую цифру:

а) $\square : 2$;

б) $3\square \not\div 2$;

в) $2\square 4 : 2$;

г) $7\square \not\div 2$;

д) $5\square 3 \not\div 2$;

е) $42\square : 2$;

ж) $6\square 5 \not\div 2$;

з) $19\square : 2$.

2. Запишите пять натуральных чисел, которые делятся на 2.

3. Запишите в порядке возрастания:

а) 6 четных чисел;

б) 8 четных чисел.

4. Запишите в порядке убывания:

а) 6 нечетных чисел;

б) 8 нечетных чисел.

5. Приведите примеры использования четных или нечетных чисел в повседневной жизни.

6. Впишите подходящую цифру:

а) $4\square : 5$;

б) $21\square : 5$;

в) $2\square 4 \not\div 5$;

г) $23\square \not\div 5$;

д) $\square 80 : 5$;

е) $62\square \not\div 5$;

ж) $3\square 5 : 5$;

з) $3\square \not\div 5$.

7. Впишите такую цифру, чтобы полученное число делилось на 5:

а) $25\square + 18$;

б) $4\square + 327$;

в) $3\square 1 + 14$;

г) $400 + 2\square$.

8. Истинно или Ложно?

а) $2010 : 10$;

в) $4\ 205 \not\div 10$;

д) $92 : 10$;



б) $681 : 10$;

г) $790 : 10$;

е) $40\ 000 : 10$.

9. Впишите такую цифру, чтобы полученное число делилось на 10:

а) $23\square + 19$;

б) $6\square 8 + 12$;

в) $489 - 4\square$;

г) $14\ 601 - 75\square$.



10. Составьте из чисел 6, 7, 8, 9, 10 как можно больше сумм, которые будут делиться на: а) 2; б) 5; в) 10.

11. Впишите подходящую цифру:

а) $34\square \in M_2$;

б) $34\square \in M_5$;

в) $34\square \in M_{10}$;

г) $6\square 0 \in M_2$;

д) $6\square 0 \in M_5$;

е) $6\square 0 \in M_{10}$.

12. **Работайте в парах!** Дано число: 1) 605; 2) 540.

Измените порядок цифр так, чтобы полученное число делилось на:

а) 2; б) 5; в) 10.

Сколько решений имеет задача?

13. Перечертите в тетрадь и заполните таблицу, отвечая на вопрос о делимости числа a на 2; на 5; на 10.

а)

a	2	5	10
86	да	нет	нет
105			
60			
2010			
35			
287			
99			
200			

б)

a	2	5	10
94	да	нет	нет
810			
78			
1999			
36			
3002			
455			
203			

14. Запишите в порядке возрастания все натуральные числа от 1 до 40. Подчеркните красным карандашом каждое второе число, синим карандашом – каждое пятое число. Какие числа будут подчеркнуты красным карандашом? А какие синим? Какие числа будут подчеркнуты обоими карандашами? Назовите числа, которые не делятся ни на 2, ни на 5.

15. Используя закономерность, выявленную в предыдущем задании, дополните высказывания.

Если число делится на \blacksquare и на \blacksquare , то оно делится и на 10.

Если число делится на 10, то оно делится на \blacksquare и на \blacksquare .

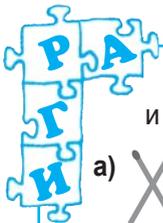
16. Запишите, используя цифры: 1) 0, 2 и 5; 2) 8, 0 и 5 все трехзначные числа, которые делятся:

а) на 2; б) на 5; в) на 10.

17. Найдите числа, кратные числу: 1) 2; 2) 5; 3) 10 и удовлетворяющие двойному неравенству:

а) $25 < x < 81$; б) $10 \leq x < 60$;

в) $90 < t \leq 105$; г) $16 \leq t \leq 52$?



18. Переложите одну спичку так, чтобы равенство стало верным и в правой части было четное число:

а) $XI + VII = V$ б) $XII - VII = V$

• Переложите одну спичку так, чтобы равенство стало верным и в правой части было нечетное число:

а) $III + IX = X$ б) $XV + IV = X$

19. Запишите число 48 в виде произведения:
- двух чисел, которые делятся на 4;
 - двух чисел, одно из которых делится на 4, а второе нет;
 - четного числа на нечетное число.
20. а) Может ли четное натуральное число делиться на нечетное натуральное число?
 б) Может ли нечетное натуральное число делиться на четное натуральное число?
21.  **Работайте в парах!** Перечертите в тетрадь и соедините стрелками высказывания из **A** с соответствующими числами из **B**.

A

B

- Наименьшее нечетное натуральное число, состоящее из 5 различных цифр.
- Наибольшее четное натуральное число, состоящее из 4 различных цифр.
- Число, имеющее 11 делителей.
- Число, кратным которого является 280.

- 40
- 61
- 10 235
- 9 876
- 80

22. Вычислите устно, между сколькими детьми можно поровну разделить:
- 12 конфет;
 - 20 орехов;
 - 15 шоколадок?

23. Сформулируйте критерии делимости на 100, 1000, 10 000 и т. д.

24. Найдите все натуральные числа вида $\overline{4x5y}$, которые делятся на:
- 2;
 - 5;
 - 10.

Образец: $\overline{ab} = 10a + b$;

$\overline{abc} = 100a + 10b + c$;

$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$.

25. а) Покажите, что для любого $n \in \mathbb{N}^*$ число $10^n + 5^n$ делится на 5;
 б) Покажите, что для любого $n \in \mathbb{N}$ число $16^n + 2^n$ делится на 2.
26. Покажите, что для любого натурального числа n число $9^{4n} - 7^{4n}$ делится на 10.
27. Придумайте задания, подобные заданиям 15, 21, 22.



Задача для чемпионов

28. Участники спартакиады четыре раза выстраивались в колонны: вначале по 5 человек, затем по 6 человек, потом по 12 человек и в последний раз – по 15 человек. Сколько было участников, если известно, что их было больше 900, но меньше 1000?

Задания для осмысления



1. При каком условии натуральное число b является делителем натурального числа a ?
2. Какое обозначение используется в случае, когда натуральное число b является делителем натурального числа a ?
3. Как обозначается множество делителей натурального числа a ?
4. Является ли множество делителей натурального числа a бесконечным? Обоснуйте.
5. Назовите двузначное натуральное число и определите множество его делителей.
6. При каком условии натуральное число b кратно натуральному числу a ?
7. Какое обозначение используется в случае, когда натуральное число b кратно натуральному числу a ?
8. Как обозначается множество кратных натурального числа a ?
9. Является ли множество кратных натурального числа конечным? Обоснуйте.
10. Назовите двузначное натуральное число и перечислите несколько кратных ему чисел.
11. Какие из натуральных чисел до 20 имеют только два натуральных делителя?
12. Какое натуральное число имеет только один делитель? Какое натуральное число имеет бесконечное количество делителей?
13. Сформулируйте признак делимости на 2.
14. Какие натуральные числа называются четными?
15. Какие натуральные числа называются нечетными?
16. Приведите примеры использования четных или нечетных чисел в повседневной жизни.
17. Сформулируйте признак делимости на 5.
18. Приведите примеры применения признаков делимости на 2, на 5, на 10 из других школьных дисциплин.
19. Сформулируйте признак делимости на 10.
20. *Истинно или Ложно?*
 - а) Любое число, делящееся на 2, делится и на 5.
 - б) Любое число, делящееся на 5, делится и на 2.
 - в) Любое число, делящееся на 10, делится и на 5.
 - г) Любое число, делящееся на 5, делится и на 10.



Упражнения и задачи для повторения



- Вместо многоточия впишите слово „делит“ или „кратно“:
а) 4 ... 64; б) 5 ... 100; в) 1 ... 33;
г) 0 ... 2010; д) 54 ... 54; е) 7 ... 1.
- Прочтите: $24 : 12$; $70 : 14$; $31 \div 2$; $3 \div 15$; $4 \mid 60$; $10 \mid 100$; $7 \nmid 48$; $13 \nmid 55$.
- Дано число: а) 3; б) 12; в) 84.
1) Определите: D_3 ; D_{12} ; D_{84} .
2) Запишите по 5 кратных каждому из чисел: 3, 12, 84.
- Впишите необходимую цифру:
а) 25 $\in M_2$; б) 6 $\in M_5$; в) 35 $\in M_{10}$.



Делимость

- Учитель поочередно называет натуральные числа от 0 до 50. Ученики хлопают в ладоши, когда услышат числа, которые:
а) делятся на 2; б) делятся на 5; в) делятся на 10.
Посчитайте, сколько хлопков получилось в итоге.

- Пусть M – множество натуральных чисел, расположенных между числами 126 и 148. Найдите подмножества множества M , содержащие:
а) числа, кратные 2; б) числа, кратные 5; в) числа, кратные 10.
- Запишите в тетради последовательность чисел:
1) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20;
2) 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32.
Подчеркните цветными карандашами:
а) красным – числа, кратные 2; б) синим – числа, кратные 5;
в) зеленым – числа, кратные 10.

-  **Работайте в парах!** 150 леев можно разменять на одинаковое количество купюр достоинством в 5 леев и в 10 леев следующим образом: $10 \cdot 10$ леев + $10 \cdot 5$ леев.
Разменяйте аналогично: а) 210 леев; б) 285 леев; в) 465 леев.



- Найдите устно подходящие четные натуральные числа:

$$\boxed{104} > \square > \square > \square > \square.$$

- Найдите устно подходящие нечетные натуральные числа:

$$\square < \boxed{101} < \square < \square < \square.$$

11. Найдите устно подходящую цифру:

а) $25 \square : 2$; $17 \square \not\div 2$; $2 \mid 78 \square$; $2 \nmid 46 \square$;

б) $58 \square : 5$; $39 \square \not\div 5$; $5 \mid 60 \square$; $5 \nmid 11 \square$;

в) $4 \square : 10$; $64 \square \not\div 10$; $10 \mid 345 \square$; $10 \nmid 444 \square$.

12. Дано число: 1) 540; 2) 750.

а) Измените порядок цифр так, чтобы полученное число делилось на 2. Сколько решений имеет задача?

б) Выполните те же действия так, чтобы полученное число делилось на 5.

в) Выполните те же действия так, чтобы полученное число делилось на 10.

13. Найдите все натуральные числа a такие, что $160 < a < 190$, и число a кратно числу: а) 2; б) 5; в) 10; г) 3; д) 15.

14. Перечислите элементы множества:

а) $A = \{x/x \in \mathbb{N}, \overline{25x4} : 2\}$; б) $B = \{x/x \in \mathbb{N}, 18 \leq x \leq 28 \text{ и } x : 5\}$;

в) $C = \{x/x \in \mathbb{N}, 60 < x \leq 85 \text{ и } x : 10\}$; г) $D = \{x/x \in \mathbb{N}, \overline{3x5} : 10\}$;

д) $E = \{x/x \in \mathbb{N}, \overline{9x} \not\div 2\}$; е) $F = \{x/x \in \mathbb{N}, 24 \leq x \leq 31 \text{ и } x \not\div 5\}$.

15. Запишите множество натуральных чисел вида $\overline{2a7b}$, которые делятся и на 2, и на 5.

16. Впишите одну цифру, чтобы полученный результат делился на:

1) 2; 2) 5; 3) 10.

а) $4 \cdot 63 \square + 14$;

б) $2 \cdot 14 \square - 10$;

в) $34 \square : 5 + 15$;

г) $58 \square : 10 - 25$.

17.  **Работайте в парах!** Папа купил продукты на 265 леев. Сможет ли он расплатиться за эту покупку только купюрами достоинством в 5 леев? А купюрами достоинством в 10 леев? А купюрами достоинством в 5 леев и в 10 леев?

18. Даны три натуральных числа, два из которых делятся на 10, а третье – нет. Определите, какие из высказываний истинны, а какие ложны:

а) Сумма этих трех чисел делится на 10.

б) Сумма этих трех чисел не делится на 10.

в) Произведение этих трех чисел делится на 10.

г) Произведение этих трех чисел не делится на 10.



19. У продавца есть купюры достоинством в 5 леев и в 10 леев. Сколькими способами он может дать сдачу в 50 леев?

20. 5 января 1859 года Молдавское княжество объединилось с Румынским княжеством. 24 января 1859 года Господарь Молдавского княжества Александр Иоан Куза был избран Господарем Румынского княжества.
- Укажите четные и нечетные числа, которые присутствуют в тексте.
 - Найдите множества D_5 и D_{24} .
 - Запишите множество, состоящее из первых пяти кратных числа 5.
 - Запишите множество, состоящее из первых пяти кратных числа 24.
 - (Дополнительно) Запишите два делителя числа 1859. Обоснуйте ответ.
21. Фермер собрал 240 кг помидоров. Сколько ящиков необходимо фермеру для транспортировки урожая на рынок, если вместимость одного ящика составляет: а) 2 кг; б) 5 кг; в) 10 кг?

22. При одном полном обороте колеса велосипедист перемещается на 2 м.

- Сколько совершилось полных оборотов колеса, если велосипедист переместился на 10 м?
- Сколько полных оборотов колеса, если велосипедист преодолел 1 км?



23. Проверьте, верно ли, что $624 : 4$, $1000 : 4$, $132 : 4$ и $184 : 4$. Сделайте вывод и сформулируйте признак делимости на 4.

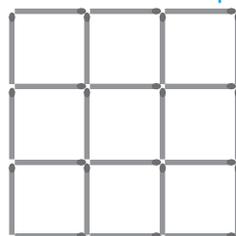
- Запишите наибольшее десятизначное число, составленное из различных цифр. Делится ли это число на 2; на 5; на 10?
- Запишите наименьшее десятизначное число, составленное из различных цифр. Делится ли это число на 2; на 5; на 10?



25. 1) Фигура, изображенная на рисунке, образована из 24 спичек.

- Уберите 4 спички так, чтобы осталось 5 квадратов.
- Уберите 10 спичек так, чтобы осталось 2 квадрата.
- Составьте задачи, похожие на задачи пунктов а) и б), и предложите их решить своим одноклассникам.

2) Определите, какие из данных задачи кратны 2, 5 и 10.



26. Из 15 спичек постройте фигуру, состоящую из 5 квадратов той же величины.
- Уберите 3 спички так, чтобы осталось 3 квадрата.
 - Определите, какие из данных задачи кратны 2, 5 и 10.



Задача для чемпионов

27. Решите математические ребусы.

$$\text{ДА} + \text{ДА} + \text{ДА} = \text{МДА};$$

$$\text{ИНА} + \text{ИАН} = \text{АНИ}.$$

Определите, какие из данных задачи кратны 2, 5 и 10.



Итоговый тест

Время выполнения
работы: 45 минут

I вариант

1. Известно, что альбом стоит 65 леев, а книга – 40 леев.

а) Впишите в рамку букву **И**, если высказывание истинно, или букву **Л**, если оно ложно:

$$65 : 10. \quad \square$$

$$40 \nmid 2. \quad \square$$

$$120 \text{ кратно } 40. \quad \square$$

б) Найдите D_{40} .

в) Дополните, чтобы получить верное равенство:

$$250 : 65 = \square \text{ (остаток } \square \text{)}.$$

г) Найдите, сколько альбомов и сколько книг по указанным выше ценам может купить Санду, если у него 250 леев. Укажите все возможные варианты.

2. Дано числовое выражение:

$$7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2^3.$$

а) Найдите значение числового выражения.

б) Впишите в рамку один из терминов „четное“, „нечетное“:

Число, полученное в пункте а), является \square числом.

в) Поставьте скобки в выражение так, чтобы полученный результат делился на 5. Обоснуйте!

3

8

2

6

5

2

7

II вариант

1. Известно, что плитка шоколада „Dor“ стоит 15 леев, а плитка шоколада „Corona“ – 24 лея.

а) Впишите в рамку букву **И**, если высказывание истинно, или букву **Л**, если оно ложно:

$$15 : 2. \quad \square$$

$$24 \nmid 10. \quad \square$$

$$54 \text{ кратно } 24. \quad \square$$

б) Найдите D_{24} .

в) Дополните, чтобы получить верное равенство:

$$120 : 24 = \square \text{ (остаток } \square \text{)}.$$

г) Найдите, сколько плиток шоколада по указанным выше ценам может купить Лучия, если у нее 150 леев. Укажите все возможные варианты.

2. Дано числовое выражение:

$$11 \cdot 5 + 20 : 5 - 3^2.$$

а) Найдите значение числового выражения.

б) Впишите в рамку один из терминов „четное“, „нечетное“:

Число, полученное в пункте а), является \square числом.

в) Поставьте скобки в выражение так, чтобы полученный результат делился на 10. Обоснуйте!

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	33–31	30–28	27–25	24–20	19–15	14–10	9–7	6–4	3–2	1–0

4

Обыкновенные дроби

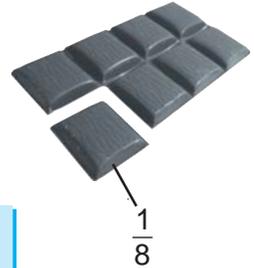
§1 Понятие дроби

1. Что такое дробь?

- Плитку шоколада разделили на 8 равных частей.



Дана взяла одну часть, то есть восьмую часть шоколада.



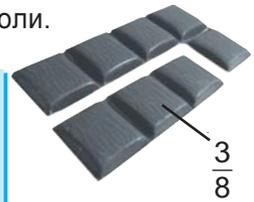
<i>Пишем:</i> $\frac{1}{8}$	<i>Читаем:</i> одна восьмая, или восьмая часть.
--------------------------------	--

Возьмите на заметку

Часть от целого, разделенного на равные части, называется **долей**.



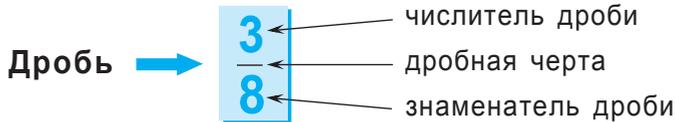
Миша взял 3 части шоколада, значит, он взял 3 доли.



<i>Пишем:</i> $\frac{3}{8}$	<i>Читаем:</i> три восьмых.
--------------------------------	--------------------------------

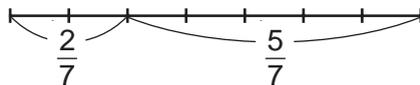
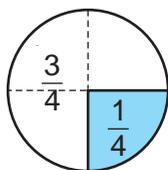
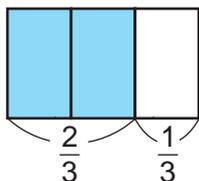
Возьмите на заметку

- Доля или сумма нескольких одноименных долей называется **дробью**.



- **Знаменатель дроби** показывает, на сколько равных частей поделено целое.
- **Числитель дроби** показывает, сколько таких частей взято.

Дроби можно изобразить с помощью следующих рисунков:



Математическое ателье

1. Постройте квадрат со стороной 1 см. Закрасьте $\frac{1}{4}$ квадрата различными способами.

2. Три друга в пиццерии заказали пиццу.

Игорь съел $\frac{3}{8}$ части пиццы,

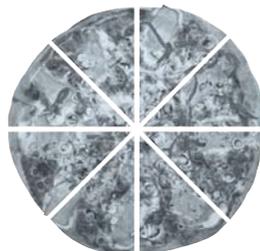
Степан – $\frac{2}{8}$ части пиццы,

а остальное съел Илья.

Нарисуйте пиццу и закрасьте разными цветами части пиццы, которые достались каждому мальчику.

Определите:

- какую часть пиццы съел Илья;
- кто из мальчиков съел меньше всех.



Как поровну разделить 3 яблока между 4 друзьями? Разделим каждое яблоко на 4 равные части, и каждому из друзей достанется по 3 части. Значит, $3:4 = \frac{3}{4}$ (яблока).

Примеры:

$$2:9 = \frac{2}{9}; \quad 7:3 = \frac{7}{3}; \quad 8:2 = \frac{8}{2} = 4;$$

$$5:1 = \frac{5}{1} = 5; \quad 12:12 = \frac{12}{12} = 1.$$

Возьмите на заметку

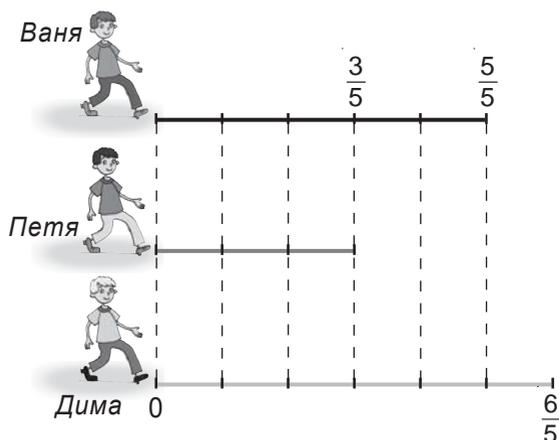
- Любую дробь можно записать в виде $\frac{a}{b}$, где $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^*$.
- Так как деление на 0 не имеет смысла, то знаменатель дроби не может равняться 0!

2. Правильные и неправильные дроби

• Расстояние, которое проходит Петя от школы до дома, составляет $\frac{3}{5}$ расстояния, которое проходит Ваня от школы до дома. Дима проходит от школы до дома $\frac{6}{5}$ расстояния, которое проходит Ваня. Кто живет ближе всех к школе: Петя или Ваня, Ваня или Дима?

Решение:

Изобразим отрезком расстояние от школы до Ваньего дома и разделим это расстояние на 5 равных частей.



Расстояние, которое проходит Ваня, составляет $\frac{5}{5} = 1$.

Расстояние, которое проходит Петя, составляет $\frac{3}{5}$.

Так как $3 < 5$, то $\frac{3}{5} < 1$.

Расстояние, которое проходит Дима, составляет $\frac{6}{5}$.

Так как $6 > 5$, то $\frac{6}{5} > 1$.

Ответ: Петя живет ближе к школе, чем Ваня, а Дима – дальше, чем Ваня.

У дроби $\frac{3}{5}$ числитель меньше знаменателя ($3 < 5$), поэтому $\frac{3}{5} < 1$.
Такую дробь называют **правильной** (меньше 1).

У дроби $\frac{5}{5}$ числитель равен знаменателю, поэтому $\frac{5}{5} = 1$. Такую дробь называют **неправильной** (равной 1).

У дроби $\frac{6}{5}$ числитель больше знаменателя ($6 > 5$), поэтому $\frac{6}{5} > 1$. Такую дробь называют **неправильной** (больше 1).

Примеры:

$\frac{1}{2}$ – правильная дробь

$\frac{8}{8}$ – неправильная дробь,
равная единице

$\frac{11}{7}$ – неправильная дробь

Если $a < b$, то $\frac{a}{b} < 1$.

$\frac{a}{a} = 1$.

Если $a > b$, то $\frac{a}{b} > 1$.

Возьмите на заметку

Дробь называется:

правильной, если числитель меньше знаменателя;

неправильной, равной 1, если числитель равен знаменателю;

неправильной, если числитель больше знаменателя.

Применяем и объясняем устно

Поставьте знаки сравнения.

$$\frac{7}{8} \bullet 1$$

$$\frac{2}{3} \bullet 1$$

$$\frac{9}{9} \bullet 1$$



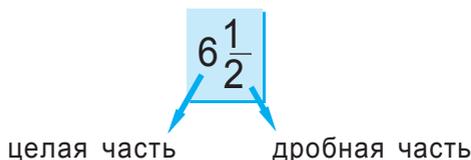
$$\frac{7}{8} \bullet \frac{3}{3}$$

$$\frac{2}{2} \bullet \frac{7}{7}$$

$$\frac{2}{3} \bullet \frac{10}{10}$$

3. Выделение целой части из дроби

• Степа измерил длину своей комнаты шагами. В результате у него получилось 6 с половиной шагов.

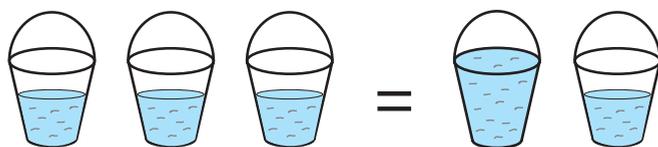


Пишем:	Читаем:
$6\frac{1}{2}$	шесть целых и одна вторая.

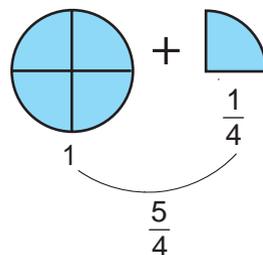
• Миша и Алина должны полить два дерева одинаковым количеством воды, имея три полных ведра одинаковой емкости.

Алина предложила вылить по половине из каждого ведра под каждое дерево.

Миша предложил вылить по одному ведру под каждое дерево и еще по половине ведра воды. Кто из ребят прав?



$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

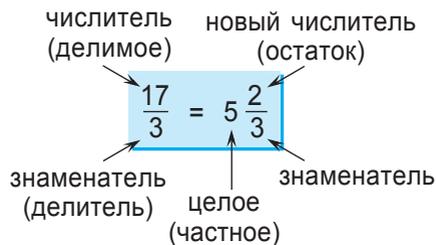


Представление неправильной дроби в виде целой части и дробной части называется **выделением целой части из дроби**.

• Выделите целую часть из неправильной дроби $\frac{17}{3}$.

Решение:

Выполним деление числителя на знаменатель: $17 : 3 = 5$, ост. 2 ($17 = 3 \cdot 5 + 2$).



Возьмите на заметку

Чтобы выделить целую часть из неправильной дроби, надо разделить числитель дроби на ее знаменатель.

- ① Частное будет целой частью.
- ② Остаток (если он есть) дает новый числитель.
- ③ Знаменатель остается без изменений.

Примеры:

$$\frac{13}{12} = 1\frac{1}{12};$$

$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2};$$

$$\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}.$$

• Число с целой и дробной частью еще называют **смешанным числом**.

Упражнения и задачи



1. Прочтите дробь:

а) $\frac{1}{2}$;

б) $\frac{2}{5}$;

в) $\frac{3}{7}$;

г) $\frac{9}{10}$;

д) $\frac{21}{11}$;

е) $\frac{25}{26}$;

ж) $\frac{100}{101}$;

з) $\frac{17}{16}$.

Назовите числитель и знаменатель каждой дроби.

2. Запишите в виде дроби:

а) одна седьмая;

б) три десятых;

в) семь двадцать четвертых;

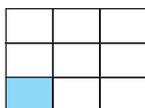
г) шесть одиннадцатых.

3. Какую долю от каждой фигуры составляет закрашенная часть?

а)



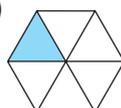
б)



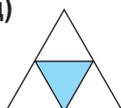
в)



г)



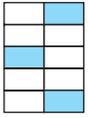
д)



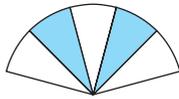
4.  **Математическое ателье.** а) Постройте квадрат со стороной 5 см. Разделите его на 5 равных частей. Закрасьте $\frac{2}{5}$ квадрата. Какая часть квадрата осталась незакрашенной?

б) Постройте окружность, затем разделите ее на 8 равных частей. Закрасьте $\frac{5}{8}$ окружности. Какая часть окружности осталась незакрашенной?

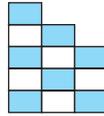
5. С помощью дроби запишите, какая часть фигуры закрашена, а какая – незакрашена.



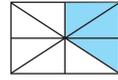
а)



б)



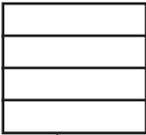
в)



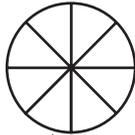
г)

6. Дополните предложение словами, чтобы получить истинное высказывание. Если отрезок разделили на 10 равных частей, то одна из этих частей называется ... и обозначается как ..., две из этих частей называются ... и обозначаются как ..., семь из этих частей называются ... и обозначаются как ...

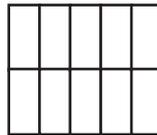
7.  **Работайте в парах!** Перерисуйте фигуры и закрасьте те части фигур, которые соответствуют указанным дробям:



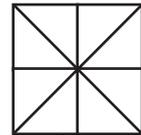
$\frac{1}{4}$



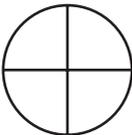
$\frac{3}{8}$



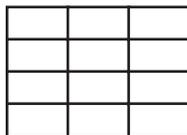
$\frac{7}{10}$



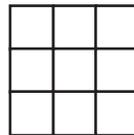
$\frac{5}{8}$



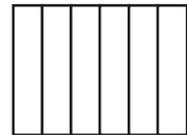
$\frac{3}{4}$



$\frac{7}{12}$



$\frac{4}{9}$



$\frac{5}{6}$

8. Запишите в виде дроби:

а) $8 : 13$; б) $2 : 5$; в) $1 : 18$; г) $8 : 21$; д) $27 : 28$;
 е) $10 : 11$; ж) $99 : 101$; з) $17 : 2$; и) $14 : 2$; к) $49 : 83$.

9. Выберите устно из дробей $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{12}{13}$, $\frac{20}{19}$, $\frac{15}{13}$, $\frac{33}{41}$, $\frac{23}{17}$:

а) правильные; б) неправильные, равные 1; в) неправильные.

10. Определите устно какие из дробей $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{13}{13}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{21}{21}$, $\frac{31}{43}$, $\frac{6}{6}$:

а) больше 1; б) меньше 1; в) равны 1?

11. Запишите четыре дроби:

а) равные 1; б) больше 1; в) меньше 1.

12. При помощи чисел 1, 3, 5, 8, 11 запишите пять неправильных дробей.

13. Числами 1, 5, 8, 15, 17 запишите пять правильных дробей.

14. Прочтите числа: $5\frac{2}{3}$; $7\frac{1}{4}$; $9\frac{2}{7}$; $1\frac{12}{13}$; $6\frac{8}{9}$; $12\frac{3}{8}$; $4\frac{4}{5}$; $31\frac{1}{10}$.

Укажите целую и дробную части каждого числа.

15.  **Работайте в парах!** Перечертите в тетрадь и заполните таблицу.

Дробь	Делимое	Делитель	Частное	Остаток	Целая часть и дробная часть
$\frac{11}{4}$	11	4	2	3	$2\frac{3}{4}$
$\frac{9}{7}$					
	31	3			

16. Впишите число, чтобы получить верное равенство:

а) $\frac{33}{5} = \square \frac{3}{5}$;

б) $\frac{29}{8} = 3 \frac{\square}{8}$;

в) $\frac{42}{5} = 8 \frac{\square}{5}$;

г) $\frac{57}{10} = 5 \frac{\square}{10}$.

17. Выделите целую часть из дроби:

а) $\frac{11}{4}$;

б) $\frac{47}{6}$;

в) $\frac{38}{13}$;

г) $\frac{99}{8}$;

д) $\frac{120}{11}$;

е) $\frac{105}{5}$;

ж) $\frac{117}{100}$;

з) $\frac{124}{4}$.

18. Из 2 кг муки мама испекла 9 одинаковых калачей. Сколько килограммов муки пришлось на один калач?

19. *Истинно* или *Ложно*?

а) $3 < \frac{31}{15}$;

б) $7 > \frac{50}{6}$;

в) $\frac{29}{3} < 9$;

г) $\frac{111}{6} > 17$.



20. Запишите все правильные дроби, у которых знаменатель равен:

а) 7;

б) 5;

в) 8;

г) 10;

д) 15.

21. Запишите все неправильные дроби, у которых числитель равен:

а) 6;

б) 8;

в) 7;

г) 10;

д) 15.



22. Кто запишет как можно больше дробей, поменяв местами цифры так, чтобы:

- а) из правильной дроби $\frac{109}{110}$ получить неправильную дробь;
б) из неправильной дроби $\frac{111}{109}$ получить правильную дробь?

23. Запишите в виде дроби, затем выделите целую часть:

- а) $7:5$; б) $26:9$; в) $87:12$;
г) $17:7$; д) $37:10$; е) $523:100$.

24. Андрей начал смотреть телепередачу, которая длится $\frac{9}{4}$ часа. До-
смотрит ли Андрей телепередачу до конца, если ему через 2 часа нужно
уходить на тренировку?

25. Запишите число 7 в виде дроби со знаменателем:

- а) 2; б) 5; в) 7; г) 10.

26. Впишите число, чтобы получить верное равенство:

- а) $3 = \frac{3}{\square}$; б) $5 = \frac{\square}{3}$; в) $9 = \frac{\square}{9}$; г) $1 = \frac{50}{\square}$.

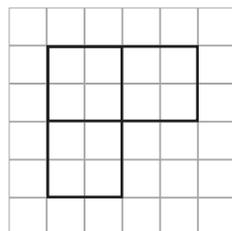
27. Запишите все дроби, числитель которых принадлежит множеству
 $A = \{3; 5; 14\}$, а знаменатель принадлежит множеству $B = \{0; 13; 22\}$.

28. Сережа сказал своему младшему брату, что длительность большой пе-
ремены в школе составляет $\frac{1}{96}$ суток. Помогите младшему брату посчи-
тать, сколько минут длится большая перемена.

29. На свой день рождения Аня решила угостить
своих одноклассников конфетами, причем каж-
дому из них должно достаться не меньше двух
конфет. Сколько одинаковых коробок конфет
понадобится Анне, если у нее 34 одноклас-
ника, а в каждой коробке по 18 конфет?



30. За минуту велосипедист проезжает $\frac{1}{4}$ км.
Успеет ли он за полчаса проехать 7 км?



31. На рисунке изображено $\frac{3}{7}$ всей фигуры.
Восстановите всю фигуру.

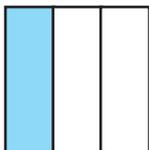
§2 Сравнение дробей

1. Равные дроби

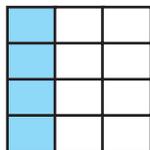
-  **Работайте в паре!** Рассмотрите рисунок, обсудите и сделайте

вывод.

а)

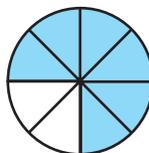


$$\frac{1}{3}$$

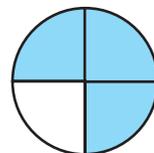


$$\frac{4}{12}$$

б)



$$\frac{6}{8}$$

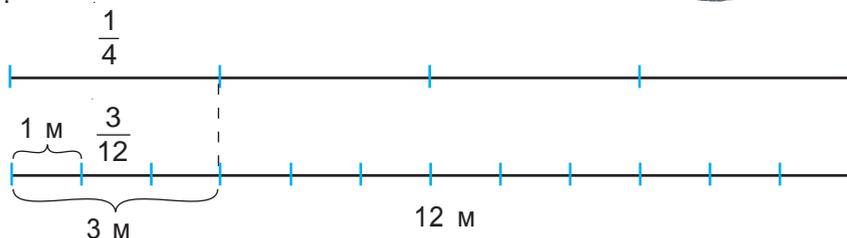


$$\frac{3}{4}$$

- От веревки длиной 12 м Миша должен отрезать 3 м, но у него нет необходимых измерительных инструментов. Его брат предложил ему отрезать $\frac{1}{4}$ часть веревки. Прав ли брат?



Решение:



Ответ: Да.



Как можно на практике отрезать $\frac{1}{4}$ часть веревки?

Заметим, что $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$. Такие дроби называются **равными**.

Возьмите на заметку

Две дроби называются **равными**, если они представляют одну и ту же часть от целого.



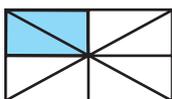
Обозначаем:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

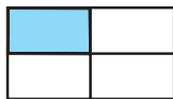
Читаем:

дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ – равны.

Замечаем и делаем выводы



$$\frac{2}{8}$$



$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} \rightarrow 2 \cdot 4 = 8 \cdot 1$$

$$3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

Возьмите на заметку

Дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ равны, если $a \cdot d = b \cdot c$.

Примеры:

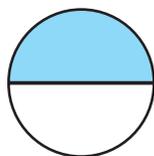
а) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$, так как $2 \cdot 10 = 5 \cdot 4$;

б) $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$, так как $1 \cdot 9 = 3 \cdot 3$;

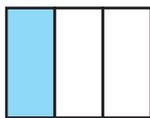
в) $\frac{3}{4} \neq \frac{2}{5}$, так как $3 \cdot 5 \neq 4 \cdot 2$.

2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей

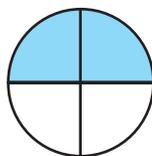
Исследуем и узнаем



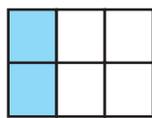
$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{3}$$



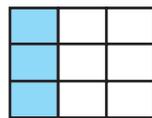
$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{2}{6}$$



$$\frac{4}{8}$$



$$\frac{3}{9}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4};$$

$$\frac{2 : 2}{4 : 2} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{3}{9};$$

$$\frac{3 : 3}{9 : 3} = \frac{1}{3};$$

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3};$$

Возьмите на заметку

- **Основное свойство дроби.** Числитель и знаменатель дроби можно умножить на одно и то же ненулевое натуральное число.
- **Сократить дробь** – значит, разделить числитель и знаменатель дроби на одно и то же ненулевое натуральное число.
- Применяв основное свойство дроби или сокращая дробь, получим дробь, равную исходной.

Применяем и объясняем

- Умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{4}{7}$ на 3:

$${}^3)\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{12}{21}$$

- Сокращаем дробь $\frac{8}{20}$ на 4:

$$\frac{8}{20} \stackrel{(4)}{=} \frac{8:4}{20:4} = \frac{2}{5}$$

- Дробь $\frac{4}{17}$ нельзя сократить, так как единственным общим делителем чисел 4 и 17 является 1.

- Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{5}{11}$ на 6.

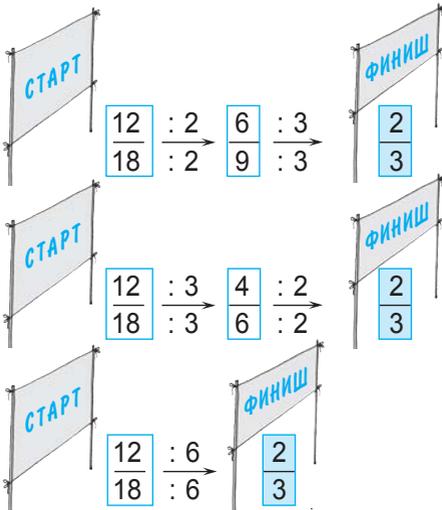
- Сократите дробь $\frac{25}{30}$ на 5.

Возьмите на заметку

- Дробь называется **несократимой**, если общий делитель числителя и знаменателя равен 1.
- В противном случае дробь называется **сократимой**.

$\frac{12}{36}, \frac{3}{9}, \frac{25}{50}, \frac{2}{4}$
Сократимые дроби

$\frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{8}{13}, \frac{2}{11}$
Несократимые дроби



- Сократите дробь $\frac{72}{96}$ до несократимой дроби.

Решение:

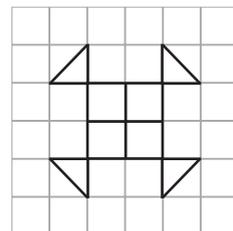
$$\frac{72}{96} \stackrel{(2)}{=} \frac{36}{48} \stackrel{(2)}{=} \frac{18}{24} \stackrel{(3)}{=} \frac{9}{12} \stackrel{(3)}{=} \frac{3}{4}$$



Используя рисунок, определите способ, применив который можно быстрее сократить дробь $\frac{12}{18}$ до несократимой дроби.

Математическое ателье

1. Перерисуйте рисунок и закрасьте его $\frac{1}{3}$.
2. Сделайте вывод.



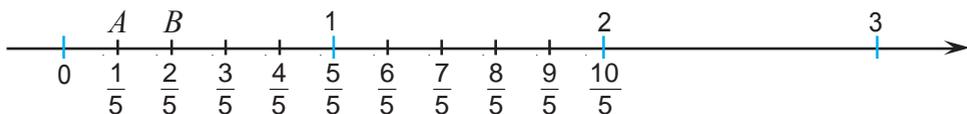
3. Представление дробей на числовой оси. Сравнение дробей с одинаковыми знаменателями или с одинаковыми числителями

- Дан играл $\frac{1}{5}$ перемены, а $\frac{2}{5}$ перемены ел бутерброд. Какому занятию Дан уделит больше времени?



Решение:

Отметим на числовой оси дроби $\frac{1}{5}$ и $\frac{2}{5}$, разделив единичный отрезок на 5 равных частей. Каждая часть соответствует $\frac{1}{5}$ единичного отрезка.



Получим $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$, так как точка $A\left(\frac{1}{5}\right)$ расположена на числовой оси левее точки $B\left(\frac{2}{5}\right)$. Заметим, что из двух чисел меньше то число, которое расположено левее на числовой оси. Тогда $\frac{1}{5} < \frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5} < \frac{5}{5}$.

Ответ: Так как $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$, то Дан больше времени ел бутерброд.

Возьмите на заметку

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та дробь, числитель которой больше.

- Мама попросила Вику купить продукты. За хлеб Вика заплатила $\frac{3}{20}$ всех денег, за молоко – $\frac{6}{20}$, за овощи – $\frac{7}{20}$, а за мороженое – $\frac{2}{20}$ всех денег. За какую покупку Вика заплатила больше всего денег, а за какую – меньше всего?

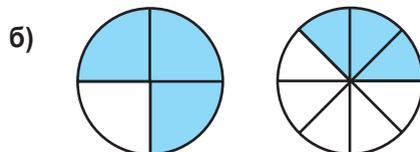
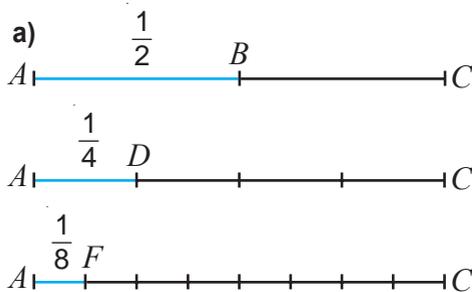
Решение:

$$\frac{2}{20} < \frac{3}{20} < \frac{6}{20} < \frac{7}{20}.$$

Ответ: Меньше всего денег Вика заплатила за мороженое, а больше всего – за .



• Рассмотрите рисунки и сделайте вывод, как сравнивают дроби с одинаковыми числителями.



$$\frac{3}{4} > \frac{3}{8}$$

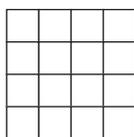
$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$$

Возьмите на заметку

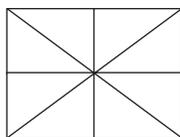
- Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та дробь, знаменатель которой меньше.
- В случаях, когда числители разные приводим дроби к одинаковым числителям.

Упражнения и задачи

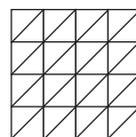
1.  **Работайте в парах!** Перерисуйте фигуры, закрасьте части, соответствующие указанным дробям. Обсудите полученные результаты.



$$\frac{3}{8}$$



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{1}{8}$$

2. Дана дробь $\frac{6}{14}$. Какую дробь, равную данной, получим, если числитель и знаменатель этой дроби умножить на: а) 4; б) 10; в) 8?

3. Истинно или Ложно?

а) $\frac{2}{7} = \frac{8}{28}$; б) $\frac{3}{5} = \frac{6}{15}$; в) $\frac{4}{9} = \frac{12}{27}$; г) $\frac{5}{8} = \frac{10}{40}$; д) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.



4. Запишите дробь, равную дроби $\frac{2}{6}$, знаменатель которой равен:

а) 12; б) 24; в) 60; г) 3; д) 36.

5. Запишите дробь, равную дроби $\frac{8}{20}$, знаменатель которой равен:

а) 10; б) 5; в) 60; г) 100; д) 40.

6. Впишите число, чтобы получить верное равенство:

а) $\frac{2}{3} = \frac{\square}{18}$;

б) $\frac{4}{5} = \frac{20}{\square}$;

в) $\frac{\square}{8} = \frac{2}{16}$;

г) $\frac{10}{\square} = \frac{40}{44}$.

7. Сократите дробь:

а) $\frac{24}{30}$ на 6;

б) $\frac{6}{9}$ на 3;

в) $\frac{70}{100}$ на 10;

г) $\frac{75}{100}$ на 25;

д) $\frac{28}{35}$ на 7;

е) $\frac{36}{48}$ на 12.

8. Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$ на:

а) 2; б) 3; в) 6; г) 9; д) 18.

9. Истинно или Ложно?

а) $\frac{12}{28} = \frac{3}{7}$;

в) $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$;

д) $\frac{4}{9} = \frac{2}{3}$;



б) $\frac{5}{10} = \frac{1}{5}$;

г) $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$;

е) $\frac{6}{18} = \frac{2}{9}$.

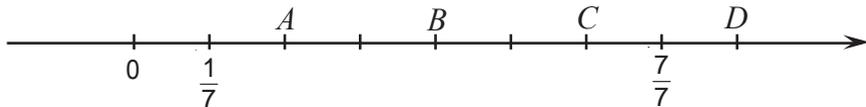
10. Умножьте числитель и знаменатель дробей $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{11}{15}$ на:

а) 5; б) 3; в) 10; г) 8.

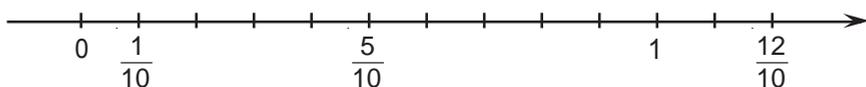
11. Приведите дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ к знаменателю:

а) 12; б) 24; в) 36.

12. Определите устно, какие дроби соответствуют точкам A , B , C , D .



13. Перечертите и запишите на числовой оси пропущенные дроби.



14. Постройте числовую ось. Разделите единичный отрезок на 4 равные части. Отметьте на числовой оси точки, соответствующие дробям:

$\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$.

15. Торт разрезали на 8 равных частей. Вася съел $\frac{3}{8}$ торта, а Петя – $\frac{2}{8}$. Кто съел торта больше?

16. Какая из дробей расположена на числовой оси правее:

а) $\frac{7}{8}$ или $\frac{5}{8}$;

б) $\frac{2}{13}$ или $\frac{4}{13}$?

17. Поставьте знаки сравнения:

а) $\frac{7}{15} \bullet \frac{13}{15}$; б) $\frac{5}{100} \bullet \frac{3}{100}$; в) $\frac{9}{14} \bullet \frac{6}{14}$; г) $\frac{9}{6} \bullet \frac{7}{6}$;
 д) $\frac{5}{5} \bullet \frac{9}{9}$; е) $\frac{6}{7} \bullet 1$; ж) $\frac{5}{7} \bullet \frac{5}{8}$; з) $\frac{7}{9} \bullet \frac{7}{8}$.



18. Запишите дроби в порядке возрастания:

а) $\frac{2}{9}, \frac{10}{9}, \frac{7}{9}, \frac{14}{9}, \frac{5}{9}$; б) $\frac{8}{7}, \frac{3}{7}, \frac{5}{7}, \frac{10}{7}, \frac{4}{7}$; в) $\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{3}{11}, \frac{3}{7}, \frac{3}{16}$.

19. Запишите дроби в порядке убывания:

а) $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{8}{8}, \frac{1}{8}, \frac{11}{8}, \frac{2}{8}$; б) $\frac{2}{11}, \frac{15}{11}, \frac{7}{11}, \frac{12}{11}, \frac{5}{11}, \frac{11}{11}$.

20. Запишите три дроби, равные дроби:

а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{5}$; г) $\frac{2}{10}$.

21. Покажите с помощью рисунка, что: а) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$; б) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$.

22. Выберите из дробей $\frac{3}{9}, \frac{4}{8}, \frac{9}{27}, \frac{4}{10}, \frac{12}{30}, \frac{5}{15}, \frac{7}{14}, \frac{4}{12}, \frac{10}{20}, \frac{18}{45}$ дроби, равные: а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{5}$.

23. Какая дробь, знаменатель которой равен 10, равна дроби:

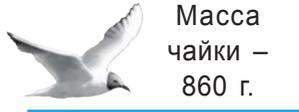
а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{3}{5}$; в) $\frac{20}{100}$; г) $\frac{300}{1000}$?

24. Сократите дробь, затем выделите целую часть из несократимой дроби:

а) $\frac{45}{35}$; б) $\frac{65}{39}$; в) $\frac{77}{33}$; г) $\frac{120}{50}$; д) $\frac{100}{75}$; е) $\frac{810}{180}$.

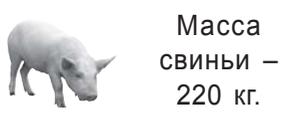
25. Выразите массу птиц в килограммах.

Образец: Масса голубя: $525 \text{ г} = \frac{525}{1000} \text{ кг} = \frac{21}{40} \text{ кг}$.



26. Выразите массу животных в тоннах.

Образец: Масса лошади: $500 \text{ кг} = \frac{500}{1000} \text{ т} = \frac{1}{2} \text{ т}$.



27. Дано множество $M = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8} \right\}$. Запишите для каждой дроби из множества M равную ей дробь, знаменатель которой равен 24.

28.  **Работайте в парах!** Запишите три дроби, числитель и знаменатель которых можно сократить на:

а) 5; б) 7; в) числитель.

29. Запишите первоначальную дробь, если после ее сокращения на 5 получили дробь: а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{3}{8}$; в) $\frac{7}{11}$; г) $\frac{21}{4}$.

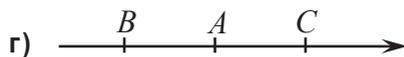
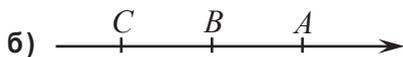
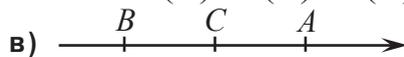
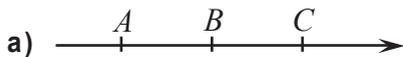
30. Запишите 4 правильные несократимые дроби.

31. Запишите 3 неправильные сократимые дроби, сократите их и выделите целую часть.

32. Отметьте на числовой оси дроби:

а) $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$; б) $\frac{7}{5}$ и $\frac{2}{5}$; в) $\frac{9}{4}$ и $\frac{3}{4}$; г) $\frac{3}{10}$ и $\frac{13}{10}$.

33. На каком из рисунков правильно отмечены точки $A\left(\frac{5}{8}\right)$, $B\left(\frac{3}{8}\right)$, $C\left(\frac{7}{8}\right)$?



34. Запишите в порядке возрастания все правильные дроби со знаменателем 7.

35. Запишите все дроби со знаменателем 3, расположенные между числами $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{3}$.

36. Определите устно, между какими последовательными натуральными числами расположено число:

а) $19\frac{2}{3}$; б) $7\frac{3}{5}$; в) $12\frac{8}{9}$; г) $4\frac{1}{100}$.

37. Между какими последовательными натуральными числами расположена дробь:

а) $\frac{25}{17}$; б) $\frac{111}{11}$; в) $\frac{421}{31}$; г) $\frac{727}{29}$; д) $\frac{113}{97}$; е) $\frac{1001}{83}$?

38.  **Проект Обыкновенные дроби в музыке.** Класс делится на команды по 6–10 учащихся. Каждая команда должна привести примеры приложения дробей в музыке. В представленных командами материалах должны быть также сведения об истории возникновения музыкальных нот и дробей.

Возьмите на заметку

Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, числители складывают, а знаменатель оставляют тот же.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}.$$

Примеры:

$$\text{а) } \frac{6}{17} + \frac{3}{17} = \frac{6+3}{17} = \frac{9}{17};$$

$$\text{б) } \frac{3}{20} + \frac{7}{20} = \frac{3+7}{20} = \frac{10}{20} \stackrel{(10)}{=} \frac{1}{2}.$$

2. Сложение дробей с разными знаменателями

• Проверка домашней работы заняла $\frac{1}{8}$ урока математики, а самостоятельная работа – на $\frac{3}{4}$ больше. Какую часть урока заняла самостоятельная работа?

Решение:

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{4} = ?$$

Нужно к дроби $\frac{1}{8}$
прибавить $\frac{3}{4}$.



Приведем дроби к общему знаменателю.

Так как $8:4=2$, умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$ на 2.

Получим: $\frac{2}{2} \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$.

$$\text{Тогда } \frac{1}{8} + \frac{2}{2} \frac{3}{4} = \frac{1}{8} + \frac{6}{8} = \frac{1+6}{8} = \frac{7}{8}.$$

Ответ: $\frac{7}{8}$ урока.

Возьмите на заметку

Чтобы сложить дроби с разными знаменателями, нужно:

- 1 привести эти дроби к общему знаменателю;
- 2 выполнить сложение получившихся дробей с одинаковыми знаменателями.

Примеры:

$$\text{а) } \frac{2}{5} + \frac{1}{15} = \frac{3}{3} \frac{2}{5} + \frac{1}{15} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} + \frac{1}{15} = \frac{7}{15};$$

$$\text{б) } \frac{3}{7} + \frac{2}{21} = \frac{3}{3} \frac{3}{7} + \frac{2}{21} = \frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} + \frac{2}{21} = \frac{11}{21}.$$

3. Представление числа с целой и дробной частью в виде неправильной дроби

- Запишите число $7\frac{2}{5}$ в виде неправильной дроби.

Решение:

$$7\frac{2}{5} = 7 + \frac{2}{5} = \frac{5}{1} + \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 5}{1 \cdot 5} + \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{37}{5}.$$

Ответ: $\frac{37}{5}$.

Записывая

$$\begin{aligned} 7\frac{2}{5} &= \frac{7 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{37}{5} \\ 2\frac{3}{8} &= \frac{2 \cdot 8 + 3}{8} = \frac{19}{8} \\ 1\frac{5}{11} &= \frac{1 \cdot \square + 5}{11} = \frac{\square}{11} \end{aligned}$$

говорим, что число с целой и дробной частью представили в виде неправильной дроби.

Возьмите на заметку

Чтобы представить число с целой и дробной частью в виде неправильной дроби, нужно:

- ① умножить его целую часть на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части;
- ② записать дробь, числителем которой будет число, полученное в пункте ①, а знаменатель дробной части оставить без изменений.

$$c\frac{m}{b} = \frac{c \cdot b + m}{b} = \frac{a}{b}$$

Примеры:

а) $9\frac{3}{5} = \frac{9 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{48}{5}$;

б) $10\frac{2}{7} = \frac{10 \cdot 7 + 2}{7} = \frac{72}{7}$.

Упражнения и задачи

1. Сложите дроби:

а) $\frac{2}{5}$ и $\frac{1}{5}$;

б) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{4}$;

в) $\frac{2}{11}$ и $\frac{4}{11}$;

г) $\frac{7}{12}$ и $\frac{5}{12}$.

2. Вычислите устно:

а) $\frac{5}{11} + \frac{2}{11}$;

б) $\frac{9}{21} + \frac{4}{21}$;

в) $\frac{3}{10} + \frac{4}{10}$;

г) $\frac{7}{13} + \frac{2}{13}$;

д) $\frac{3}{10} + \frac{4}{10}$;

е) $\frac{17}{25} + \frac{6}{25}$;

ж) $\frac{8}{41} + \frac{32}{41}$;

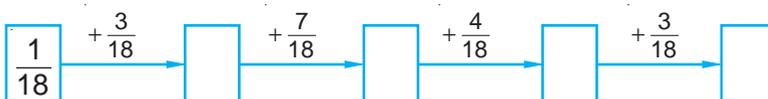
з) $\frac{2}{19} + \frac{4}{19} + \frac{7}{19}$;

и) $\frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{1}{15}$;

к) $\frac{2}{29} + \frac{4}{29} + \frac{5}{29}$;

л) $\frac{7}{31} + \frac{1}{31} + \frac{9}{31}$.

3. Восстановите цепочку вычислений:



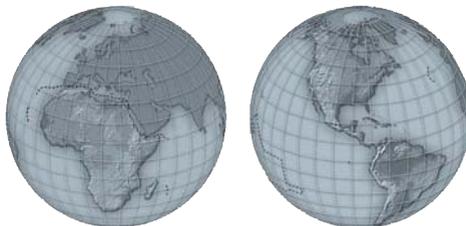
4. Найдите сумму и запишите ответ в виде несократимой дроби:

а) $\frac{2}{81} + \frac{7}{81}$; б) $\frac{3}{28} + \frac{5}{28}$; в) $\frac{11}{36} + \frac{1}{36}$; г) $\frac{25}{63} + \frac{2}{63}$.

5. Длина прямоугольника равна $\frac{9}{8}$ м, а его ширина – $\frac{5}{8}$ м. Найдите периметр прямоугольника.

6. В июне Пампушка поправилась на $\frac{1}{5}$ кг, в июле – на $\frac{3}{5}$ кг, а в августе – на $\frac{6}{5}$ кг. На сколько килограммов Пампушка поправилась за лето?

7. Материк Африка составляет $\frac{5}{24}$ части всей суши Земли, а Америка – $\frac{7}{24}$. Какую часть суши составляют Америка и Африка вместе?



8. Вычислите: а) $\left(\frac{4}{15} + \frac{11}{15}\right) + \left(\frac{9}{10} + \frac{41}{10}\right)$; б) $\left(\frac{17}{16} + \frac{15}{16}\right) + \left(\frac{12}{13} + \frac{14}{13}\right)$;
в) $\left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{7}{18} + \frac{11}{18}\right)$; г) $\left(\frac{8}{14} + \frac{5}{14} + \frac{1}{14}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)$.

9. Приведите к общему знаменателю дроби:

а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{12}$; б) $\frac{1}{8}$ и $\frac{3}{4}$; в) $\frac{4}{15}$ и $\frac{3}{5}$; г) $\frac{7}{8}$ и $\frac{5}{24}$;
д) $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{14}$ и $\frac{5}{28}$; е) $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{7}{12}$; ж) $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$ и $\frac{7}{20}$; з) $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ и $\frac{7}{15}$.

10. Вычислите:

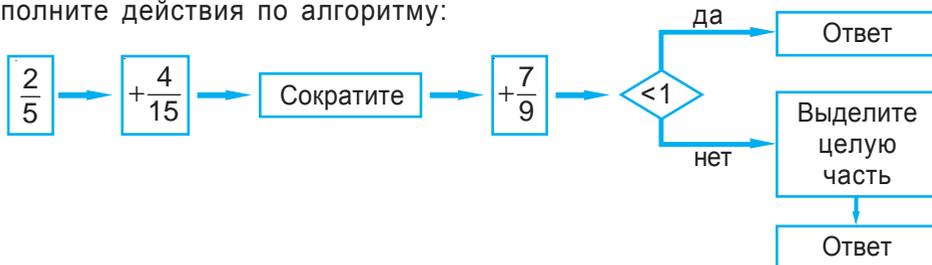
а) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$; б) $\frac{2}{9} + \frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$; г) $\frac{7}{8} + \frac{1}{2}$;
д) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; е) $\frac{3}{10} + \frac{2}{5}$; ж) $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$; з) $\frac{3}{5} + \frac{1}{20}$.

11. Найдите и исправьте ошибки:

а) $\frac{2}{9} + \frac{4}{3} = \frac{2}{9} + \frac{8}{9} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$; б) $\frac{7}{10} + \frac{4}{5} = \frac{7}{10} + \frac{2}{10} = \frac{9}{10}$.



12. Выполните действия по алгоритму:



13. Представьте число в виде неправильной дроби:

а) $3\frac{2}{3}$;

б) $4\frac{1}{7}$;

в) $6\frac{2}{5}$;

г) $2\frac{3}{10}$;

д) $7\frac{3}{5}$;

е) $12\frac{3}{4}$;

ж) $4\frac{5}{12}$;

з) $25\frac{7}{8}$.

14. а) Найдите все натуральные значения числа n , при которых число $\frac{n}{13}$ находится между числами $\frac{34}{13}$ и $\frac{46}{13}$.

б) Запишите полученные дроби.

в) Найдите сумму полученных дробей.

15. Запишите число $\frac{7}{8}$ в виде суммы трех дробей.

а) с одинаковыми знаменателями;

б) с разными знаменателями.

16. 1) На странице 16 учебника рассмотрите и вспомните свойства сложения натуральных чисел.

2) Проверьте на конкретных примерах выполняются ли эти свойства для сложения дробей.

3) Примените свойства сложения для вычисления наиболее удобным способом:

а) $\frac{8}{9} + \frac{14}{27} + \frac{1}{9}$; б) $\left(\frac{3}{17} + \frac{8}{102}\right) + \frac{14}{17}$; в) $\left(\frac{1}{33} + \frac{3}{11}\right) + \frac{2}{11}$; г) $\frac{2}{5} + \left(\frac{1}{20} + \frac{4}{5}\right)$.

§4 Вычитание дробей

1. Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

• За два дня группа туристов прошла $\frac{5}{7}$ пути. Какую часть пути туристы прошли во второй день, если в первый день они прошли $\frac{3}{7}$ пути?

Решение:

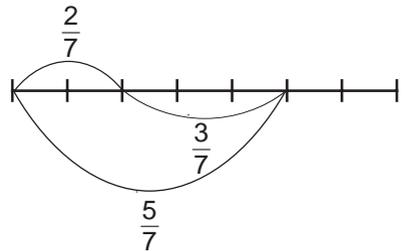
Чтобы решить задачу, надо выполнить

вычитание: $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$.

Так как $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$, то $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$.

Ответ: $\frac{2}{7}$ пути.

Заметим, что $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5-3}{7} = \frac{2}{7}$.



Возьмите на заметку

Чтобы вычесть дроби с одинаковыми знаменателями, из числителя первой дроби вычитают числитель второй дроби, а знаменатель оставляют тот же.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

2. Вычитание дробей с разными знаменателями

• В свой день рождения Карлсон съел $\frac{3}{4}$ кг печенья, а конфет – на $\frac{1}{2}$ кг меньше. Сколько килограммов конфет съел Карлсон в свой день рождения?

Решение:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4} \text{ кг.}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$ кг.



Ответ: $\frac{1}{5}$ урока.

• Саша был внимателен $\frac{4}{5}$ урока математики, а остальную часть урока он отвлекался. Какую часть урока Саша „пропустил мимо ушей“?

Решение:

$$1 - \frac{4}{5} = \frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}.$$



Возьмите на заметку

Чтобы вычесть дроби с разными знаменателями, нужно:

- 1) привести эти дроби к общему знаменателю;
- 2) выполнить вычитание получившихся дробей с одинаковыми знаменателями.

Примеры:

$$\text{а) } \frac{7}{8} - \frac{1}{2} = \frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{7-4}{8} = \frac{3}{8};$$

$$\text{б) } 5\frac{2}{3} - 2\frac{1}{6} = \frac{17}{3} - \frac{13}{6} = \frac{34}{6} - \frac{13}{6} = \frac{34-13}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2};$$

$$\text{в) } 5 - \frac{3}{8} = \frac{40}{8} - \frac{3}{8} = \frac{40-3}{8} = \frac{37}{8} = 4\frac{5}{8}.$$

Упражнения и задачи



1. Вычислите устно:

а) $\frac{5}{9} - \frac{4}{9}$;

б) $\frac{11}{21} - \frac{9}{21}$;

в) $\frac{5}{19} - \frac{1}{19}$;

г) $\frac{7}{8} - \frac{6}{8}$;

д) $\frac{12}{7} - \frac{5}{7}$;

е) $\frac{9}{16} - \frac{9}{16}$;

ж) $\frac{24}{25} - \frac{6}{25}$;

з) $\frac{68}{81} - \frac{51}{81}$.

2. Найдите разность дробей и запишите ответ в виде несократимой дроби:

а) $\frac{25}{49} - \frac{11}{49}$;

б) $\frac{31}{32} - \frac{15}{32}$;

в) $\frac{22}{81} - \frac{13}{81}$;

г) $\frac{29}{54} - \frac{13}{54}$;

д) $\frac{27}{50} - \frac{2}{50}$;

е) $\frac{23}{53} - \frac{12}{53}$;

ж) $\frac{38}{63} - \frac{10}{63}$;

з) $\frac{99}{100} - \frac{24}{100}$.

3. Вычислите устно.

а) Какое число нужно прибавить к $\frac{5}{11}$, чтобы получить $\frac{12}{11}$?

б) Какое число нужно прибавить к $\frac{4}{15}$, чтобы получить $\frac{13}{15}$?

4. Выполните вычитание дробей и проверьте результат сложением:

а) $\frac{7}{16} - \frac{5}{16}$;

б) $\frac{11}{18} - \frac{5}{18}$;

в) $\frac{19}{29} - \frac{7}{29}$;

г) $\frac{10}{51} - \frac{8}{51}$.

5. Впишите число, чтобы получить верное равенство:

а) $\frac{\square}{29} - \frac{4}{29} = \frac{10}{29}$;

б) $\frac{15}{41} - \frac{\square}{41} = \frac{9}{41}$;

в) $\frac{18}{53} - \frac{7}{53} = \frac{\square}{53}$;

г) $\frac{\square}{17} - \frac{3}{17} = 1$.



6. Сократите дроби, затем выполните действие вычитания:

а) $\frac{18}{24} - \frac{25}{100}$;

б) $\frac{21}{24} - \frac{12}{32}$;

в) $\frac{2}{12} - \frac{6}{36}$;

г) $\frac{7}{70} - \frac{10}{100}$.

7. Найдите разность и запишите ответ в виде несократимой дроби:

а) $\frac{11}{12} - \frac{1}{6}$;

б) $\frac{5}{36} - \frac{1}{9}$;

в) $\frac{19}{20} - \frac{4}{5}$;

г) $\frac{5}{7} - \frac{3}{14}$;

д) $\frac{20}{63} - \frac{2}{9}$;

е) $\frac{11}{24} - \frac{5}{12}$;

ж) $\frac{5}{18} - \frac{1}{6}$;

з) $\frac{1}{4} - \frac{3}{16}$.

8. Вычислите:

а) $1 - \frac{4}{7}$;

б) $1 - \frac{7}{8}$;

в) $1 - \frac{2}{9}$;

г) $1 - \frac{3}{4}$;

д) $3 - \frac{1}{2}$;

е) $2 - \frac{3}{4}$;

ж) $1 - \frac{4}{15}$;

з) $1 - \frac{3}{7}$.

9. Масса одного литра воды равна 1 кг, а масса одного литра спирта равна $\frac{4}{5}$ кг. На сколько литр воды тяжелее литра спирта?

10. Консервная банка паштета весит $\frac{7}{20}$ кг. Сколько весит сама консервная банка, если паштет весит $\frac{3}{10}$ кг?



11.  **Работайте в парах!** Поставьте знаки сравнения:

а) $\frac{19}{36} - \frac{10}{36}$ ● $\frac{11}{16} - \frac{7}{16}$;



б) $\frac{56}{20} - \frac{43}{20}$ ● $\frac{37}{31} - \frac{5}{31}$;

в) $\frac{19}{17} + \frac{15}{17}$ ● $\frac{23}{9} - \frac{2}{9}$;

г) $\frac{9}{25} + \frac{11}{25}$ ● $\frac{87}{100} - \frac{7}{100}$.

12. Выполните действия: а) $\left(\frac{7}{8} - \frac{1}{8}\right) + \frac{1}{4}$; б) $\left(\frac{5}{6} + \frac{7}{6}\right) - \frac{1}{7}$;

в) $\left(\frac{7}{3} - \frac{4}{3}\right) - \frac{12}{13}$; г) $\frac{4}{3} - \left(\frac{9}{11} + \frac{2}{11}\right)$.

13. Вычислите:

а) $6\frac{2}{7} - 4\frac{1}{7}$;

б) $12\frac{1}{9} - 5\frac{4}{9}$;

в) $8\frac{4}{5} - 3\frac{1}{5}$;

г) $18\frac{2}{11} - 7\frac{5}{11}$.

14. Используя дроби $\frac{6}{19}$, $\frac{7}{19}$ и $\frac{11}{19}$, Степа составил числовое выражение, значение которого равно $\frac{12}{19}$. Какое числовое выражение составил Степа?

15. Даны дроби: $\frac{37}{7}$, $\frac{30}{7}$, $\frac{23}{7}$, $\frac{16}{7}$, $\frac{9}{7}$. Если из любой большей дроби вычесть меньшую дробь, то получим натуральное число. Приведите примеры дробей такого вида.



16. Древнегреческий математик использовал вместо знаков „+“ и „-“ символы „ Δ “ и „ ∇ “ („движущиеся ноги“). Кому удастся первым определить, какое арифметическое действие обозначает каждый из этих символов, если известно, что из равенств

$$\frac{6}{20} \Delta \frac{3}{20} = \frac{9}{20},$$

$$\frac{7}{20} \Delta \frac{1}{20} = \frac{8}{20},$$

$$\frac{6}{20} \nabla \frac{4}{20} = \frac{10}{20},$$

$$\frac{5}{20} \nabla \frac{3}{20} = \frac{2}{20}$$

три – истинные, а одно – ложное?

§5 Нахождение дроби от числа

- По гигиеническим нормам сон ученика вашего возраста должен составлять $\frac{5}{12}$ суток. Сколько часов в сутки должен спать ученик?

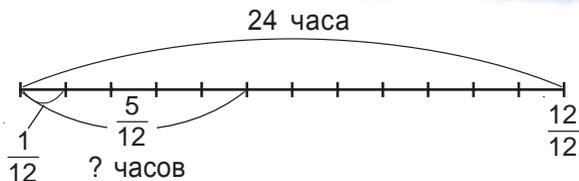
Решение:

Сутки – это 24 часа.

$\frac{1}{12}$ от 24 (часов) составляет $24 : 12 = 2$ (часа).

Тогда: $\frac{5}{12}$ от 24 (часов) составляет $2 \cdot 5 = 10$ (часов).

Ответ: 10 часов.



Заметим, что решение задачи можно записать следующим образом:

$(24 : 12) \cdot 5 = 10$ (часов).

Значит, $\frac{5}{12}$ от 24 равно $(24 : 12) \cdot 5$.

Возьмите на заметку

Чтобы найти дробь от числа, нужно:

- данное число разделить на знаменатель дроби;
- полученный результат умножить на числитель дроби.

Примеры:

а) $\frac{7}{8}$ от 32 равно $(32 : 8) \cdot 7 = 28$;

б) $\frac{1}{7}$ от 21 равно $(21 : 7) \cdot 1 = 3$.

- Сколько дней в ноябре не было дождя, если известно, что $\frac{3}{5}$ этого месяца шли дожди?

Решение:

I способ

В ноябре 30 дней.

- $(30 : 5) \cdot 3 = 18$ (дней) – шел дождь;
- $30 - 18 = 12$ (дней) – не было дождя.

Ответ: 12 дней.

II способ

- $1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ месяца ноября не было дождя;
- $(30 : 5) \cdot 2 = 12$ (дней) – не было дождя.



Упражнения и задачи



1. Найдите:

- а) $\frac{2}{3}$ от 15; б) $\frac{4}{5}$ от 40; в) $\frac{3}{7}$ от 28; г) $\frac{7}{9}$ от 72;
д) $\frac{9}{10}$ от 120; е) $\frac{3}{8}$ от 64; ж) $\frac{5}{12}$ от 48; з) $\frac{7}{13}$ от 52.

2. Вычислите устно. Найдите $\frac{5}{9}$ от числа: а) 45; б) 72; в) 90; г) 360.

3. В книге 200 страниц. Миша прочитал $\frac{3}{5}$ этой книги. Сколько страниц книги прочитал Миша?

4. На полке 28 книг. Книги по математике составляют $\frac{2}{7}$ всех этих книг. Сколько книг по математике?

5. Ученики проводят в школе 5 часов в день. Какую часть суток ученики проводят в школе?

6. В стихотворении 5 строф. Света выучила 4 строфы. Какую часть стихотворения выучила Света?

7. В книге 55 страниц. Вася прочитал 17 страниц. Какую часть книги прочитал Вася?

8. Какую часть метра составляет:

- а) 30 см; б) 40 см; в) 36 см; г) 75 см?

9. Какую часть часа составляет:

- а) 30 мин; б) 20 мин; в) 15 мин;
г) 12 мин; д) 40 мин; е) 45 мин?

10. Длина реки Днестр составляет 1352 км. Члены экологической экспедиции прошли $\frac{3}{52}$ длины реки. Сколько километров они прошли?



11. Постройте отрезок AB длиной 12 см. Затем построьте отрезок CD , длина которого составляет $\frac{5}{6}$ длины отрезка AB . Чему равна длина отрезка CD ?

12. Длина прямоугольника равна 32 см, а его ширина составляет $\frac{5}{8}$ длины. Найдите периметр прямоугольника.



13. Найдите: а) $\frac{5}{11}$ от суммы чисел $\frac{59}{3}$ и $\frac{40}{3}$;
б) $\frac{7}{9}$ от разности чисел $\frac{117}{4}$ и $\frac{9}{4}$.

14. Флаг Республики Молдова, утвержденный в 1990 году, представляет собой Триколор с тремя одинаковыми полосами синего, желтого и красного цвета, расположенных вертикально. В центре желтой полосы расположен герб. Ширина герба составляет $\frac{1}{5}$ длины флага, а ширина флага составляет $\frac{1}{2}$ часть его длины. Зная, что длина флага равна 3 м, найдите:



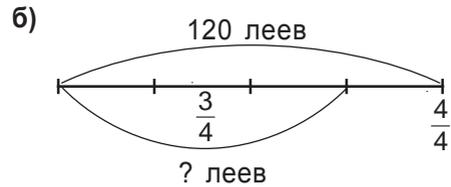
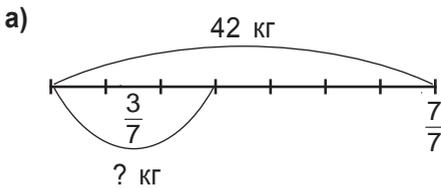
- а) ширину флага;
б) ширину герба.

15. Показ кинофильма длится 50 минут. Продолжительность рекламы составляет $\frac{6}{25}$ от этого времени. Сколько времени длится сам фильм? Решите задачу двумя способами.

16. После того как Витя выполнил домашнее задание по математике, он решил отдохнуть 50 минут. В футбол он играл $\frac{3}{10}$ времени отдыха, а оставшееся время – катался на велосипеде. Сколько времени Витя катался на велосипеде? Решите задачу двумя способами.



17. Составьте задачу, используя данные рисунка:



18. Сравните:

- а) $\frac{3}{4}$ от 60 $\frac{5}{8}$ от 80;
б) $\frac{5}{7}$ от 49 $\frac{1}{2}$ от 70;
в) $\frac{2}{3}$ от 24 $\frac{3}{5}$ от 25.





19. **Работайте в группах!** 1) Сравните задачи:

Раду получил задание выучить 20 новых английских слов. В первый день он выполнил $\frac{2}{5}$ задания, а во второй день $\frac{1}{4}$ часть задания. Сколько слов осталось выучить Раду?

Раду получил задание выучить 20 новых английских слов. В первый день он выполнил $\frac{2}{5}$ задания, а во второй день $\frac{1}{4}$ оставшегося задания. Сколько слов осталось выучить Раду?

- 2) Чем похожи и чем отличаются эти задания?
- 3) Решите задачи и сравните их решения.
- 4) Составьте задачу, аналогичную каждой из этих задач, используя новый сюжет и другие числа.

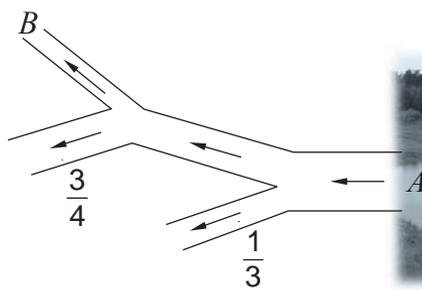
20. У Павла было 18 леев. Он купил тетрадь за $\frac{2}{3}$ всех денег. На $\frac{2}{3}$ оставшихся денег он купил ручку, а остаток денег потратил на мороженое. Сколько стоит мороженое?

21. Диана, Анна и Ангелина собрали вместе 60 грибов. Диана собрала $\frac{1}{4}$ всех грибов, Анна – $\frac{1}{3}$ от оставшихся грибов. Кто из девочек собрал больше всех грибов, а кто – меньше всех?



22. Два ведра по 10 л наполнены водой. Из первого ведра вылили $\frac{1}{2}$ всей воды, а потом еще $\frac{1}{5}$ от остатка. Из второго ведра – наоборот: сначала $\frac{1}{5}$ всей воды и потом $\frac{1}{2}$ от остатка. В каком ведре осталось больше воды?

23. Река вытекает из озера и берет свое начало в точке A . В этой точке она несет 12000 литров воды. Затем русло реки делится надвое. Левое русло пропускает $\frac{1}{3}$ во-



ды, а правое – остальную часть. Далее правое русло снова разветвляется надвое. При этом левое русло несет $\frac{3}{4}$ воды, а правое – остальную часть. Сколько литров воды протекает в точке B ?

§6 Умножение дробей

Исследуем и узнаем

• Уходя в школу, Петя неплотно закрыл кран. В результате за 1 час из крана вытекало $\frac{2}{3}$ л воды. Петя был в школе 5 часов. Сколько литров воды понапрасно утекло из крана за это время?

Решение:

$$\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3} \text{ (л).}$$

$$\text{Значит, } \frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3} \text{ (л).}$$

Ответ: Вытекло $3\frac{1}{3}$ литра воды.



Возьмите на заметку

Чтобы **умножить дробь на натуральное число**, надо числитель дроби умножить на это число, а знаменатель оставить без изменения:

$$\frac{b}{c} \cdot a = \frac{b \cdot a}{c}, \text{ где } a, b \in \mathbb{N}, c \in \mathbb{N}^*.$$

• Если вы не закрываете кран, когда чистите зубы, то напрасно выливаете около $2\frac{1}{2}$ л воды. Сколько литров воды вы сэкономите за неделю, если будете закрывать кран при чистке зубов?

Решение:

$$2\frac{1}{2} \cdot 7 = \frac{5}{2} \cdot 7 = \frac{5 \cdot 7}{2} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2} \text{ (л).}$$

Ответ: Около $17\frac{1}{2}$ литров воды.

Возьмите на заметку

Чтобы **умножить смешанное число на натуральное число**, надо записать смешанное число в виде неправильной дроби, а затем воспользоваться правилом умножения дроби на число.

Решаем и замечаем

• Вычислите:

а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$; б) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7}$; в) $3\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5}$.

Решение:

а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10}$;

б) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$;

в) $3\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5} = \frac{13}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$.

Возьмите на заметку

Чтобы **умножить дробь на дробь**, надо:

- 1 найти произведение числителей и произведение знаменателей этих дробей;
- 2 первое произведение записать в числитель, а второе – в знаменатель:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \text{ для любых } a, c \in \mathbb{N}; b, d \in \mathbb{N}^*.$$

Задача

Всезнайка и Многознайка перемножили дроби $\frac{5}{12}$ и $\frac{6}{25}$.

Всезнайка

$$\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{25} = \frac{5 \cdot 6}{12 \cdot 25} = \frac{30}{300} \stackrel{(30)}{=} \frac{1}{10}$$



Многознайка

$$\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{25} = \frac{5 \cdot \overset{1}{\cancel{6}}}{\overset{1}{\cancel{12}} \cdot 25} = \frac{1}{10}$$



Кто выполнил умножение рациональным способом?

Замечание. При умножении дробей, если это возможно, сначала производят сокращение и только потом выполняют умножение.

• Туристы шли со скоростью $4\frac{1}{3}$ км/ч. Какое расстояние они прошли за $2\frac{1}{4}$ ч?



Обозначение км/ч читают километров в час. км/ч – это единица измерения скорости.

$$d = v \cdot t$$

Решение:
Имеем $v = 4\frac{1}{3}$ км/ч; $t = 2\frac{1}{4}$ ч.
Значит, $d = 4\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$ (км).

Получим $4\frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{13}{3}$; $2\frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$.

Значит, $4\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} = \frac{13}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{13 \cdot \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot 4} = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$ (км).

Ответ: $9\frac{3}{4}$ км.

Возьмите на заметку

- Чтобы выполнить **умножение двух смешанных чисел**, надо:
- ① записать эти числа в виде неправильных дробей;
 - ② перемножить неправильные дроби, применив правило умножения дробей.

Применяем

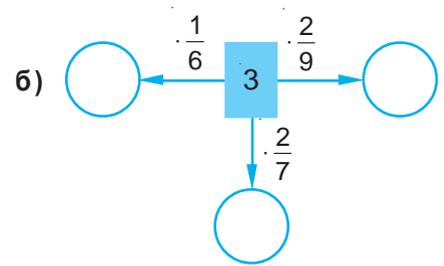
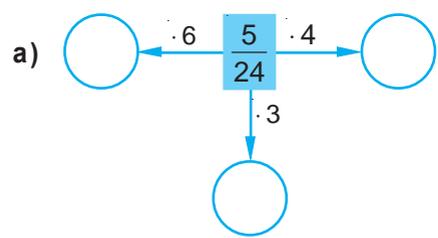
$$5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{6}{7} = \frac{35}{6} \cdot \frac{20}{7} = \frac{35 \cdot 20}{6 \cdot 7} = \frac{35 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{35 \cdot 20}{21 \cdot 3} = \frac{35 \cdot 10}{3} = 11\frac{20}{3}$$

↑↑ неправильные дроби
 ↑↑ сокращаем
 ↑↑ выделяем целую часть

Упражнения и задачи

1. Выполните умножение и представьте результат в виде целой и дробной части:
- а) $\frac{3}{5} \cdot 4$; б) $8 \cdot \frac{2}{3}$; в) $\frac{4}{7} \cdot 3$; г) $\frac{12}{25} \cdot 5$; д) $8 \cdot \frac{7}{16}$; е) $\frac{11}{30} \cdot 12$.

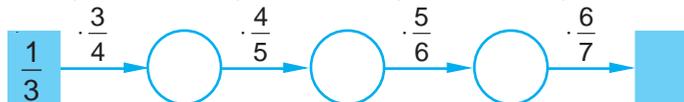
2. Вычислите:



3. Вычислите устно:

а) $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}$; б) $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{11}$; в) $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{6}$; г) $\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{4}$; д) $\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{14}$; е) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{20}$.

4. Восстановите цепочку вычислений:



5. Выполните умножение:

а) $\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$; б) $\frac{5}{12} \cdot 1\frac{1}{5}$; в) $10\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}$;
г) $2\frac{1}{7} \cdot 2\frac{4}{5}$; д) $4\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{7}$; е) $1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{10}$.

6. Найдите периметр квадрата со стороной:

а) $\frac{7}{8}$ м; б) $1\frac{3}{4}$ м.

7. Какой путь пройдет пешеход:

а) со скоростью 5 км/ч за $1\frac{2}{3}$ часа; б) со скоростью $4\frac{3}{4}$ км/ч за $1\frac{3}{5}$ часа?

8. Вычислите:

а) $4\frac{4}{5} \cdot 1\frac{7}{8}$; б) $3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{3}{4}$; в) $10\frac{1}{2} \cdot 5$; г) $7 \cdot 3\frac{1}{4}$.

9. Выполните действия:

а) $\left(\frac{5}{8} + \frac{1}{4}\right) \cdot 12$; б) $\left(\frac{4}{15} - \frac{1}{5}\right) \cdot 25$; в) $\left(\frac{3}{4} - \frac{7}{12}\right) \cdot 9$;
г) $\left(\frac{7}{15} + \frac{1}{5}\right) \cdot 3$; д) $\left(\frac{3}{7} - \frac{1}{21}\right) \cdot 14$; е) $\left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot 3$.

10. Вычислите:

а) $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{13} \cdot 19\frac{1}{2}$; б) $1\frac{1}{4} \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{9}$; в) $\frac{6}{7} \cdot 1\frac{2}{5} \cdot 15$; г) $6 \cdot \frac{5}{12} \cdot 1\frac{1}{3}$.

11. Найдите произведение суммы чисел a и b на их разность, если:

а) $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{5}{8}$; б) $a = 1\frac{7}{15}$, $b = \frac{4}{5}$; в) $a = 1\frac{3}{4}$, $b = 1\frac{7}{12}$.

12. Сотрудники фирмы во время перерывов на кофе расходуют $\frac{5}{8}$ кг сахара в день. Хватит ли им 10 кг сахара на 20 рабочих дней?

13. Лошадь пробегает в минуту $\frac{8}{10}$ км, а мотоциклист движется в 3 раза быстрее. На сколько километров мотоциклист обгонит лошадь за 20 минут?

14. Найдите значение выражения:

а) $\left(1 + \frac{1}{11}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{12}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{13}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{19}\right)$;

б) $\left(1 + \frac{1}{21}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{22}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{23}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{29}\right)$.

15. Из пунктов A и B одновременно в одном направлении выехали автобус и легковой автомобиль. Автобус ехал впереди со скоростью $50\frac{2}{5}$ км/ч. Легковой автомобиль, скорость которого в $1\frac{1}{2}$ раза больше скорости автобуса, догнал автобус через $4\frac{1}{6}$ часа после начала движения. Найдите расстояние между пунктами A и B .



§7 Взаимно обратные числа (дроби)

Исследуем и узнаем



Работайте в парах!

- Вычислите: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \square$; $\frac{15}{8} \cdot \frac{8}{15} = \square$; $3 \cdot \frac{1}{3} = \square$.
- $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4} = \square$; $\frac{1}{2} \cdot 2 = \square$; $1\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7} = \square$.

• Что вы заметили?

Возьмите на заметку

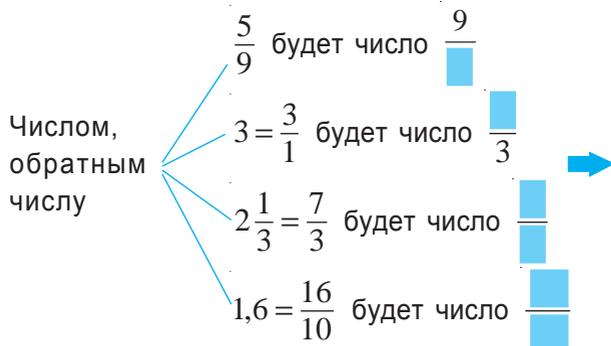
Два числа (две дроби) a и b называются **взаимно обратными**, если их произведение равно 1, то есть $a \cdot b = 1$. В этом случае число a называется **обратным** числу b , а b – **обратным** числу a .

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, \text{ для любых } a, b \in \mathbb{N}^*.$$

Замечание. Дробью, обратной дроби $\frac{a}{b}$, будет дробь $\frac{b}{a}$. Числом, обратным ненулевому натуральному числу a , будет число $\frac{1}{a}$, так как $a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

Решаем и поясняем

Дополните высказывание



Возьмите на заметку

Чтобы получить **дробь, обратную данной**, надо поменять местами числитель и знаменатель заданной дроби (то есть перевернуть дробь).



Найдите:

- число, у которого нет взаимно обратного числа;
- число, которое взаимно обратно самому себе.



Кто быстрее найдет как можно больше пар взаимно обратных чисел из элементов множества M ?

$$M = \left\{ 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0; \frac{7}{8}; \frac{5}{12}; \frac{12}{16}; 1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{5}; 1\frac{1}{7}; 2, 5; 3\frac{1}{3}; 5 \right\}$$

Упражнения и задачи



1. Проверьте, являются ли взаимно обратными числа:

а) $\frac{3}{5}$ и $\frac{5}{3}$;

б) $\frac{5}{6}$ и $1\frac{1}{5}$;

в) $8\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{25}$;

г) $2\frac{2}{5}$ и $\frac{5}{12}$;

д) $3\frac{3}{4}$ и $\frac{3}{5}$;

е) $\frac{1}{15}$ и $7\frac{1}{2}$.

2. Перечертите и заполните таблицу:

a	5	$\frac{1}{7}$	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{11}{12}$	$3\frac{3}{4}$	$5\frac{3}{4}$	$8\frac{6}{7}$
$\frac{1}{a}$									

3. Вычислите:

а) $\frac{4}{5} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$; б) $4\frac{1}{3} \cdot \left(1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}\right)$; в) $2\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{17} \cdot 1\frac{1}{8}$.

4. Найдите число, обратное числу:

а) $7\frac{1}{3}$; б) $2\frac{5}{11}$; в) $8\frac{3}{5}$; г) $2\frac{4}{5}$; д) $4\frac{7}{8}$; е) $5\frac{2}{3}$.

5. Дано множество $M = \left\{5, 3\frac{2}{7}, 2\frac{4}{5}, \frac{5}{7}, \frac{3}{8}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{5}, \frac{7}{23}, 2\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right\}$.

а) Из элементов множества M выберите все пары взаимно обратных чисел.

б) Из элементов, которые вы выбрали, составьте множество A и найдите $\text{card } A$.

6. Найдите число, обратное:

а) сумме чисел $\frac{2}{5}$ и $\frac{7}{15}$; б) разности чисел $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{15}$;

в) сумме чисел $1\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{14}$; г) разности чисел $2\frac{5}{8}$ и $1\frac{1}{4}$.

7. а) Разность чисел $\frac{5}{6}$ и $\frac{2}{3}$ умножьте на число, обратное числу $1\frac{1}{8}$.

б) Число $\frac{3}{10}$ умножьте на число, обратное сумме чисел $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{15}$.

в) Сумму чисел $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$ умножьте на число, обратное разности чисел 2 и $\frac{5}{6}$.

§8 Деление дробей

Исследуем и узнаем

• В пакете $\frac{3}{4}$ кг семечек подсолнуха. Сколько необходимо пакетов, чтобы расфасовать $\frac{51}{2}$ кг семечек?

Решение:

Пусть x – количество необходимых пакетов. Тогда $x \cdot \frac{3}{4} = \frac{51}{2}$.

Умножим обе части этого равенства на число, обратное числу $\frac{3}{4}$:

$$x \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{51}{2} \cdot \frac{4}{3}, \text{ откуда } x = 34.$$

Ответ: 34 пакета.

Так как $x = \frac{51}{2} \cdot \frac{3}{4}$, то $\frac{51}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{51}{2} \cdot \frac{4}{3}$.



Возьмите на заметку

Чтобы **разделить одну дробь на другую**, надо делимое умножить на число, обратное делителю:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}, \text{ для любых } a \in \mathbb{N}, b, c, d \in \mathbb{N}^*.$$

• Мария живёт на расстоянии $\frac{11}{4}$ км от школы и идёт в школу со скоростью $3\frac{3}{4}$ км/ч, а Аня живёт на расстоянии $1\frac{2}{5}$ км и идёт в школу со скоростью $4\frac{1}{5}$ км/ч. Кто из девочек придёт в школу быстрее, если известно, что выходят они в школу одновременно?



$t = d : v$

Решение:

Мария: $d = 1\frac{1}{4}$ км, $v = 3\frac{3}{4}$ км/ч.

Тогда $t = 1\frac{1}{4} : 3\frac{3}{4}$ (ч).

Значит, $1\frac{1}{4} : 3\frac{3}{4} = \frac{5}{4} : \frac{15}{4} = \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{15} = \frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 15} = \frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 15} = \frac{1}{3}$ (ч).

Аня: $d = 1\frac{2}{5}$ км, $v = 4\frac{1}{5}$ км/ч. Тогда $t = 1\frac{2}{5} : 4\frac{1}{5}$ (ч).

Значит, $1\frac{2}{5} : 4\frac{1}{5} = \frac{\square}{\square} : \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ (ч).

↑ ↑ ↑
 неправильные дроби заменяем деление умножением сокращаем

Ответ: .

Упражнения и задачи

1. Выполните деление:

а) $\frac{3}{5} : \frac{6}{7}$;

б) $\frac{1}{6} : \frac{7}{12}$;

в) $\frac{1}{3} : \frac{2}{9}$;

г) $\frac{1}{9} : \frac{1}{7}$;

д) $7 : \frac{7}{3}$;

е) $\frac{5}{8} : \frac{2}{3}$;

ж) $\frac{7}{9} : \frac{1}{3}$;

з) $\frac{5}{8} : \frac{1}{2}$.

2. Вычислите:

а) $4\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$;

б) $\frac{7}{12} : 3\frac{1}{16}$;

в) $5 : 1\frac{1}{4}$;

г) $2\frac{2}{3} : 2\frac{1}{3}$;

д) $4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$;

е) $5\frac{1}{6} : 6\frac{8}{9}$;

ж) $16 : 9\frac{3}{5}$;

з) $3\frac{3}{4} : 1\frac{1}{4}$.

3.  **Работайте в паре!** Обсудите и составьте алгоритм деления дроби на целое число. Используя этот алгоритм, выполните деление:

а) $\frac{9}{10} : 6$;

б) $\frac{6}{7} : 3$;

в) $6\frac{1}{4} : 15$;

г) $\frac{12}{13} : 4$;

д) $6\frac{1}{4} : 15$;

е) $\frac{8}{9} : 5$;

ж) $8\frac{1}{3} : 30$;

з) $3\frac{3}{4} : 25$.

4. Сравните:

а) $\frac{1}{2} : 3$ \bullet $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$;

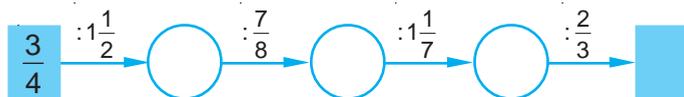


б) $\frac{2}{3} : \frac{2}{5}$ \bullet $\frac{2}{9} : \frac{1}{3}$;

в) $\frac{5}{7} : 5$ \bullet $\frac{1}{5} : \frac{7}{15}$;

г) $\frac{5}{8} : \frac{1}{8}$ \bullet $\frac{2}{9} \cdot 45$.

5. Восстановите цепочку вычислений:



6. Какова скорость гусеницы, если за 6 минут она проползает $\frac{5}{9}$ метра?

7. В коробку укладывают $\frac{2}{5}$ кг конфет. Сколько нужно коробок, чтобы расфасовать 30 кг конфет?

8. Вася прошел 7 шагов, а потом измерил пройденное расстояние. Оно оказалось равным $4\frac{1}{5}$ м. Какова длина шага Васи?

9. Перечертите и заполните таблицу:

а)

a	b	$a \cdot b$
$1\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	
$\frac{7}{8}$		$\frac{7}{10}$
	$1\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$

б)

a	b	$a : b$
$1\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	
$\frac{7}{8}$		$\frac{7}{10}$
	$1\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$

10. Вычислите:

а) $3\frac{9}{14} : 2\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3}$;

б) $1\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{9} : 8\frac{1}{3}$;

в) $3\frac{3}{8} : 1\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}$.

11. Найдите значение выражения $a : 1\frac{3}{7} - \frac{6}{20} : b$, если $a = 3\frac{3}{14}$, $b = \frac{2}{15}$.

12. Впишите число, чтобы получить верное равенство:

а) $\frac{3}{5} : \frac{\square}{4} = \frac{12}{35}$;

б) $\frac{4}{7} : \frac{6}{\square} = \frac{10}{21}$;

в) $\frac{\square}{9} : 1\frac{3}{5} = \frac{5}{9}$.

13. Ученики пятого класса купили на перемене бутылку минеральной воды, емкостью $1\frac{1}{2}$ л. В каждый пластиковый стакан вмещается $\frac{1}{5}$ л воды. Сколько учеников смогли выпить по полному стакану воды?

14. Найдите значение выражения:

а) $6\frac{3}{7} : \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}\right)$;

б) $1\frac{7}{8} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)$;

в) $12 - 3\frac{3}{5} : \frac{24}{25}$;

г) $1\frac{10}{11} : \frac{7}{22} - \frac{5}{22}$.

15. Найдите наименьшее натуральное число, при делении которого на дроби $\frac{3}{7}$ и $\frac{7}{8}$ в частном получатся целые числа.

16. Протяженность маршрута автобуса – 21 км. Во время поездки по этому маршруту автобус делает 12 остановок по $1\frac{1}{3}$ минуты каждая. Средняя скорость движения автобуса на всем маршруте $26\frac{1}{4}$ км/ч. Саша сел в автобус на начальной остановке. Успеет ли он добраться до конечной остановки за 1 час?

Задания для осмысления



1. Что такое доля?
2. Что называется дробью?
3. Что показывает знаменатель дроби? Числитель дроби?
4. Приведите примеры ситуаций, когда можно получить дробь.
5. Какие виды дробей вы знаете?
6. Какая дробь называется правильной?
7. Какая дробь называется неправильной, равной 1?
8. Какая дробь называется неправильной?
9. Можно ли натуральное число представить в виде дроби?
10. Как, зная дробь, определить, больше ли она 1, равна или меньше 1?
11. Как найти целую часть дроби? Как найти дробную часть дроби?
12. Что значит выделить целую часть из дроби?
13. Какие дроби называются равными? Приведите примеры.
14. В чем заключается основное свойство дроби?
15. Что значит сократить дробь?
16. Какие дроби называются сократимыми? Какие – несократимыми?
17. Как изображают дроби на числовой оси? Приведите примеры.
18. Как сравнивают две дроби с одинаковыми знаменателями?
19. Как складывают дроби с одинаковыми знаменателями?
20. Какое число не влияет на результат сложения дробей? Приведите примеры.
21. Как вычитают дроби с одинаковыми знаменателями? Приведите примеры.
22. Как поступают в случае вычитания дробей с разными знаменателями? Приведите примеры.
23. Как умножают две дроби?
24. Как умножают два смешанных числа?
25. Какие числа (дроби) называются обратными?
26. Как делят две дроби?
27. Приведите примеры применения дробей в повседневной жизни, в медицине, в строительстве, в искусстве и в других областях.

Упражнения и задачи для повторения



1. Какую часть:

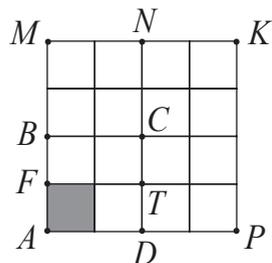
а) прямоугольника $AFTD$,

б) квадрата $ABCD$,

в) прямоугольника $AMND$,

г) квадрата $AMKP$

составляет закрашенный квадратик?



2. В пятом классе 20 учеников. Девочки составляют $\frac{1}{4}$ всех учеников. Сколько девочек в классе?

3. В саду растут 15 деревьев. Яблони составляют $\frac{3}{5}$ всех деревьев. Сколько яблонь в саду?

4. Запишите частное в виде дроби:

а) 3 : 5;

б) 2 : 25;

в) 4 : 11;

г) 3 : 17.

5. Даны множества $A = \{1, 3, 6, 7, 11\}$, $B = \{2, 5, 7, 8\}$.

а) Запишите множество C , содержащее все правильные дроби, числители которых являются элементами множества A , а знаменатели – элементами множества B .

б) Запишите множество D , содержащее все неправильные дроби, числители которых являются элементами множества B , а знаменатели – элементами множества A .

6. Изобразите на числовой оси следующие дроби:

$$\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{5}{7} \text{ и } \frac{9}{7}.$$

7. Определите, какие из следующих дробей являются равными:

$$\frac{2}{5}, \frac{4}{25}, \frac{4}{10}, \frac{14}{35}, \frac{6}{30}.$$

8. Поставьте соответствующий знак сравнения:

а) $\frac{5}{12}$ ● $\frac{7}{12}$;

в) $\frac{7}{8}$ ● 1;



б) $\frac{15}{23}$ ● $\frac{9}{23}$;

г) 1 ● $\frac{23}{21}$.

9. Запишите дроби в порядке возрастания:

$$\frac{3}{20}, \frac{1}{20}, \frac{7}{20}, \frac{9}{20}, \frac{11}{20}, \frac{19}{20}.$$

10. Вычислите устно:

а) $\frac{7}{13} + \frac{4}{13}$;

б) $\frac{11}{15} + \frac{2}{15}$;

в) $\frac{13}{18} - \frac{7}{18}$;

г) $\frac{22}{35} - \frac{13}{35}$;

д) $\frac{7}{12} \cdot \frac{3}{14}$;

е) $2\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{9}$;

ж) $\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{9}$;

з) $\frac{1}{6} : \frac{5}{12}$.

11. Первый день апреля приходится на понедельник. Какой будет день недели и какое число, если пройдет:

а) $\frac{3}{5}$ месяца;

б) $\frac{4}{5}$ месяца;

в) $\frac{5}{6}$ месяца;

г) $\frac{3}{10}$ месяца?

12. Выделите целую часть из дроби:

а) $\frac{11}{4}$;

б) $\frac{29}{8}$;

в) $\frac{35}{9}$;

г) $\frac{48}{16}$;

д) $\frac{37}{12}$.

13. Вычислите устно. Впишите одну цифру, чтобы:

а) дробь $\frac{3\blacksquare 5}{365}$ стала правильной;

б) дробь $\frac{721}{7\blacksquare 1}$ стала неправильной.

14. Найдите устно одну цифру, чтобы получить верное неравенство:

а) $\frac{\blacksquare}{12} < \frac{9}{12}$;

б) $\frac{7}{11} > \frac{\blacksquare}{11}$;

в) $\frac{3}{8} < \frac{\blacksquare}{8}$.

15. Запишите в виде дроби число:

а) $2\frac{3}{4}$;

б) $3\frac{2}{11}$;

в) $6\frac{3}{7}$;

г) $12\frac{5}{6}$.

16. Заполните цепочку вычислений:

а) $\triangle \frac{2}{7} \xrightarrow{+\frac{1}{7}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{4}{7}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{3}{5}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{1}{5}} \triangle$

б) $\triangle \frac{3}{11} \xrightarrow{+\frac{6}{11}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{9}{11}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{5}{6}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{2}{6}} \triangle$

в) $\triangle \frac{3}{28} \xrightarrow{:\frac{1}{7}} \bigcirc \xrightarrow{\frac{5}{6}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot \frac{15}{16}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot \frac{9}{10}} \triangle$



17. **Проект Дроби на страже здоровья.** Класс делится на команды по 6–8 учащихся. Каждая команда должна представить примеры приложения дробей в медицине.



18. Кто первый найдет пропущенное число?

			16
			12
			?

19. Для каких натуральных чисел a :

а) дроби $\frac{a}{10}$ и $\frac{7}{a}$ – правильные;

б) дроби $\frac{a}{8}$ и $\frac{10}{a}$ – неправильные;

в) дробь $\frac{3}{a}$ – правильная, а дробь $\frac{6}{a}$ – неправильная?

20. Впишите наименьшее натуральное число, при котором получится верное неравенство:

а) $\blacksquare > \frac{13}{5}$;

б) $\blacksquare > \frac{34}{6}$;

в) $\frac{125}{10} < \blacksquare$;

г) $\frac{324}{16} > \blacksquare$.

21. Из кувшина, в котором было 3 л сока, отлили сначала $1\frac{3}{5}$ л сока, затем $\frac{3}{10}$ л сока. Сколько литров сока осталось в кувшине?

I вариант

1. Даны дроби: $\frac{5}{7}, \frac{37}{12}, \frac{10}{14}, \frac{3}{4}, \frac{2}{7}, \frac{9}{16}, \frac{21}{6}$.
 - а) Выпишите правильные дроби. **2**
 - б) Выделите целую часть дроби $\frac{37}{12}$. **3**
 - в) Выпишите равные дроби. **3**
Обоснуйте ответ. **4**
 - г) Определите истинность высказывания. **4**
Среди данных дробей нет дроби, равной числу $3\frac{1}{2}$.
Обоснуйте ответ. **4**
 - д) Вычислите: **4**
$$\left(\frac{5}{7} + \frac{2}{7}\right) - \frac{6}{8}$$
 - е) Найдите значение выражения: **4**
$$\frac{37}{12} - x = \frac{11}{6}$$

2. Туристы отправились в трехдневный поход. В первый день они прошли $\frac{3}{7}$ намеченного пути, а во второй день – $\frac{5}{14}$ этого пути.
 - а) В какой день туристы прошли больше? **3**
 - б) Какую часть пути туристы прошли за первые два дня? **3**
 - в) Сколько километров прошли туристы в третий день, если весь маршрут составлял 70 км? **4**
 - г) Сколько километров в день должны были бы проходить туристы, чтобы каждый день преодолевать одинаковое расстояние? **3**

II вариант

1. Даны дроби: $\frac{4}{9}, \frac{2}{3}, \frac{29}{7}, \frac{8}{18}, \frac{5}{9}, \frac{39}{12}, \frac{9}{4}$.
 - а) Выпишите неправильные дроби. **2**
 - б) Выделите целую часть дроби $\frac{29}{7}$. **3**
 - в) Выпишите равные дроби. **3**
Обоснуйте ответ. **4**
 - г) Определите истинность высказывания. **4**
Среди данных дробей нет дроби, равной числу $3\frac{1}{4}$.
Обоснуйте ответ. **4**
 - д) Вычислите: **4**
$$\left(\frac{4}{9} + \frac{5}{9}\right) - \frac{4}{6}$$
 - е) Найдите значение выражения: **4**
$$\frac{39}{12} - x = \frac{9}{4}$$

2. Торговец продавал виноград 3 дня. В первый день он продал $\frac{2}{5}$, а во второй день – $\frac{8}{25}$ всего винограда.
 - а) В какой день торговец продал больше? **3**
 - б) Какую часть винограда он продал за первые два дня? **3**
 - в) Сколько килограммов винограда торговец продал в третий день, если всего винограда было 50 кг? **4**
 - г) Сколько килограммов в день должен был бы продавать торговец, чтобы каждый день было продано одинаковое количество винограда? **3**

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	33–32	31–29	28–26	25–20	19–15	14–11	10–8	7–5	4–3	2–0

5

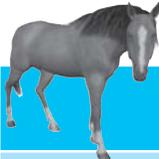
Десятичные числа

§1 Понятие десятичного числа

1. Что такое десятичное число?

Исследуем и узнаем

- Рассмотрите таблицу.

				
Нормальная температура (°C)	36,6	38	38,3	41,5

Число 38 является натуральным. Являются ли натуральными числа 36,6; 38,3; 41,5?

Для того чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим следующий пример:

- На склад привезли 505 кг сахара, который нужно расфасовать поровну в 10 мешков. Сколько килограммов сахара будет в каждом мешке?

Решение:

Имеем 10 мешков и 505 кг сахара. Так как $505 = 10 \cdot 50 + 5$, значит в каждом мешке будет по 50 кг сахара и еще останется 5 кг. Остаток делим на количество мешков: $5 \text{ кг} : 10 = 500 \text{ г} : 10 = 50 \text{ г}$. Значит, в каждом мешке будет по 50 кг 500 г сахара.

Эти математические расчеты можно записать в виде:

$$\frac{505}{10} = \frac{500 + 5}{10} = 50 + \frac{5}{10} = 50 + 0,5 = 50,5.$$

Читаем: 50 целых и 5 десятых.

Замечаем, что дробь $\frac{5}{10}$ можно записать в виде 0,5.

Читаем: „ноль целых и пять десятых“.

Часто встречаются числа вида 1,64 или 86,8, когда речь идет о росте (в метрах) члена семьи или о его весе (в килограммах).

Числа 0,5; 36,6; 38,3; 41,5; 1,64; 86,8 также являются десятичными числами.

2. Запись и чтение десятичных чисел

Дополняем и поясняем

- От обыкновенной дроби к десятичному числу.

Обыкновенная дробь	Десятичное число	Читаем
$1:10 = \frac{1}{10}$	0,1	одна десятая
$2:10 = \frac{2}{10}$	■	две десятых
$1:100 = \frac{1}{100}$	0,01	одна сотая
$24:100 = \frac{24}{100}$	■	■ сотых
$1:1000 = \frac{1}{1000}$	0,001	одна тысячная
$91:1000 = \frac{\quad}{\quad}$	■	■ тысячная

- Запишите в виде десятичного числа.

а) $\frac{435}{100} = 4\frac{35}{100} = 4,35$

целая часть дробная часть целая часть дробная часть

б) $\frac{613}{10} = \frac{\quad}{10}\frac{3}{10} = \frac{\quad}{\quad}\frac{\quad}{\quad}$

целая часть дробная часть целая часть дробная часть

Возьмите на заметку

Любое десятичное число состоит из двух частей, отделенных запятой: **целой части** и **дробной части**.



Цифры дробной части указывают **десятичные разряды**, где:

- первая цифра является цифрой десятых;
- вторая – цифрой сотых;
- третья – цифрой тысячных;
- четвертая – цифрой десятитысячных;
- пятая – цифрой стотысячных и т. д.



Число 8,027 читают: „Восемь целых и двадцать семь тысячных“.

Применяем и объясняем

• Перечертите и заполните таблицу по образцу первой строчки. Прочтите числа, записанные в таблице.

Десятичное число	Целая часть				Запятая	Дробная часть				
	тысячи	сотни	десятки	единицы		десятые	сотые	тысячные	десятичные	стотысячные
0,35				0	,	3	5			
67,083										
1004,5										
1314,17										
		1	2	0	,	7	9			
	4	0	3	5	,	0	8	1		
			1	0	,	1	2	3	4	5
78,125										

3. Десятичная запись чисел вида $\frac{a}{10^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$

Возьмите на заметку

- Дроби вида $\frac{a}{10^n}$, где n – ненулевое натуральное число, можно записать в виде десятичного числа.
- В десятичной записи числа вида $\frac{a}{10^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$, после запятой записывают столько же цифр, сколько нулей в знаменателе дроби.

$$\frac{435}{100} = 4,35$$

2 нуля 2 знака

$$\frac{21}{10000} = 0,0021$$

4 нуля 4 знака

$$\frac{273}{1000} = 0,273$$

3 нуля 3 знака

Исследуем и узнаём

Заметим, что дроби, знаменателем которых является число 10 в любой степени, легко записать в виде десятичного числа, то есть используя запятую. Из этих соображений числа, в записи которых есть запятая, также называют **десятичными дробями**.

- Запишите в виде десятичного числа:

а) $\frac{15}{10}$;

б) $\frac{7}{100}$;

в) $\frac{19}{10000}$.

Решение:

$$\text{а) } \frac{15}{10} = 1\frac{5}{10} = 1,5;$$

1 нуль 1 знак

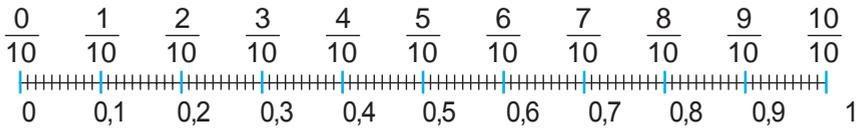
$$\text{б) } \frac{7}{100} = 0,07;$$

■ нуль ■ знака

$$\text{в) } \frac{19}{10000} = 0,0019.$$

■ нуль ■ знака

Дополняем и поясняем



- $1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000} = \dots = 1,0 = 1,00 = 1,000 = \dots$;
- $0,2 = 0,20 = 0,200 = 0,2000 = \dots$;
- $263 = 263,0 = 263,00 = 263,000\dots0$.

Возьмите на заметку

- Любое натуральное число можно записать в виде десятичного числа.
- В конце конечного десятичного числа можно приписывать любое количество нулей $\rightarrow 21 = 21,0\dots0\dots$
- Одна целая содержит десять десятых $\rightarrow 1 = \frac{10}{10}$.
- Одна десятая содержит десять сотых $\rightarrow \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$.
- Одна сотая содержит десять тысячных $\rightarrow \frac{1}{100} = \frac{10}{1000}$ и т. д.

Упражнения и задачи



1. Определите устно, какие из следующих чисел являются десятичными:

$$3\frac{1}{10}; 7,25; \frac{3}{100}; 0,05; \frac{25}{60}; 25,1; \frac{125}{1000}; 100,0.$$

2. Выберите дроби вида $\frac{a}{10^n}$, где $n \in \mathbb{N}^*$:

$$\frac{7}{10}; \frac{18}{120}; \frac{13}{100}; 3\frac{7}{102}; 11\frac{1}{30}; 25\frac{1}{100}; \frac{185}{1000}.$$

3. Прочтите и запишите прописью десятичные числа:

а) 0,7; б) 0,9; в) 5,16; г) 7,23; д) 10,023; е) 25,017.

4. Заполните пропуски.

У десятичной дроби 521,306:

- а) – цифра единиц; б) – цифра десятых;
- в) – цифра тысячных; г) – цифра сотых;
- д) – цифра сотен; е) – цифра десятков.

5. Запишите десятичными числами:

- а) 0 целых и восемь десятых; б) 0 целых и девять десятых;
 в) 7 целых и 12 сотых; г) 5 целых и 24 сотых;
 д) 65 целых и 235 тысячных; е) 43 целых и 246 тысячных.

6. Перепишите числа и подчеркните одной чертой целую часть и двумя чертами – дробную часть:

- а) 2,7; б) 3,9; в) 0,18; г) 0,37;
 д) 45,07; е) 102,03; ж) 4,008.

7. Перерисуйте и заполните таблицу.

Десятичное число	Цифра				Десятичное число	Цифра			
	десятичных	сотых	тысячных	десяти-тысячных		десятичных	сотых	тысячных	десяти-тысячных
2,8					1,9				
0,03					0,08				
17,123					21,817				
0,0785					0,0135				
501,17					163,23				
7,1025					5,203				

8. Запишите, используя запятую:

- а) 7; б) 3; в) 23; г) 31;
 д) 125; е) 613; ж) 2015.

9. Запишите в виде десятичного числа:

- а) $\frac{8}{10}$; б) $\frac{2}{10}$; в) $\frac{28}{10}$; г) $\frac{77}{10}$;
 д) $\frac{125}{10}$; е) $\frac{703}{10}$; ж) $\frac{2015}{10}$.

Проверьте с помощью калькулятора ваш результат.

10. Запишите в виде десятичного числа:

- а) $\frac{6}{100}$; б) $\frac{9}{100}$; в) $\frac{12}{100}$;
 г) $\frac{79}{100}$; д) $\frac{127}{100}$; е) $\frac{792}{100}$;
 ж) $\frac{540}{100}$; з) $\frac{2}{1000}$; и) $\frac{5}{1000}$;
 к) $\frac{241}{1000}$; л) $\frac{2015}{100}$; м) $\frac{2015}{1000}$.

Проверьте с помощью калькулятора ваш результат.

11. Устно, вставьте запятую в число 7 503 869, чтобы цифрой:
- а) десятых была цифра 8;
 - б) сотых была цифра 3;
 - в) тысячных была цифра 9;
 - г) единиц была цифра 3;
 - д) десятков была цифра 5;
 - е) единиц была цифра 9.



12.  **Работайте в парах!** Найдите рост (в метрах) и вес (в килограммах) соседа по парте и запишите их в виде десятичных чисел.

13. Запишите в виде обыкновенной дроби:
- а) 15 целых и 24 сотых;
 - б) 64 целых и 16 сотых;
 - в) 4 целых и 2 тысячных;
 - г) 8 целых и 8 тысячных;
 - д) 29 сотых;
 - е) 33 сотых;
 - ж) 784 тысячных;
 - з) 183 тысячных;
 - и) 98 десятых;
 - к) 61 десятых.

14. Поставьте знак „=“ или „≠“:

а) 2,7 2,70;

в) 6,30 6,300;

д) 9,70 0,97;

ж) $\frac{30}{10}$ 0,3;

и) $\frac{10}{100}$ 1;

л) $\frac{2015}{100}$ 20,15;

б) 7,50 7,05;

г) 19 19,00;

е) 7,20 07,2;

з) $\frac{70}{10}$ 0,7;

к) $\frac{15}{100}$ 1,50;

м) $\frac{70}{100}$ 0,7.



15. Запишите в виде десятичного числа:

а) $\frac{3}{2}$;

б) $\frac{5}{2}$;

в) $\frac{3}{4}$;

г) $\frac{9}{4}$;

д) $\frac{15}{20}$;

е) $\frac{18}{20}$;

ж) $\frac{5}{125}$;

з) $\frac{7}{125}$;

и) $\frac{8}{160}$;

к) $\frac{3}{150}$.

16. Запишите в виде десятичного числа сумму:

а) $7 + \frac{3}{10}$;

б) $6 + \frac{1}{10} + \frac{7}{100}$;

в) $4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 2 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$.

17. Приведите 5 примеров приложения десятичных чисел в повседневной жизни.

18. Запишите десятичное число в виде суммы:

- а) 15,217; б) 125,070;
в) 25,008; г) 127,03075.

Образец: $2,75 = 2 \frac{75}{100} =$
 $= 2 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100} = 2 + 0,7 + 0,05$

19. Целая часть десятичного числа состоит из одной цифры, а дробная часть – из двух цифр. Известно, что цифра целой части в два раза больше цифры десятых, а цифра сотых в три раза больше цифры десятых. Запишите это десятичное число. Найдите наибольшее количество вариантов.

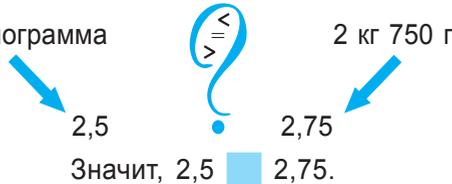
§2 Сравнение десятичных чисел

1. Сравнение десятичных чисел с учетом разрядов цифр

Исследуем и узнаем

• Мама купила два с половиной килограмма яблок и 2 кг 750 г конфет. Чего мама купила больше?

два с половиной килограмма



Возьмите на заметку

Чтобы сравнить два десятичных числа

- ① сравниваем их целые части:
 - а) если целые части различны, больше то число, у которого больше целая часть;
 - б) если целые части равны, то
- ② сравниваем десятые:
 - а) если десятые различны, больше то число, у которого цифра десятых больше;
 - б) если десятые равны, то
- ③ сравниваем сотые и т. д.

$$3,7 > 2,15$$

$$3 > 2$$

$$5,32 < 5,72$$

$$3 < 7$$

$$17,45 > 17,41$$

$$5 > 1$$

Применяем и объясняем

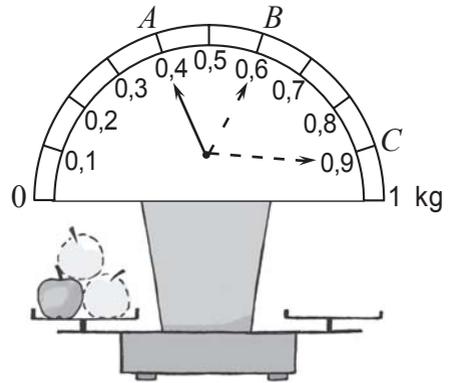
• Поставьте необходимый знак сравнения.

- а) 7,251 2,25; б) 10,820 10,82.

2. Сравнение десятичных чисел при помощи числовой оси

Исследуем и узнаем

1. Какова масса, если стрелка весов указывает на точку: а) A ; б) B ; в) C ?
В каком случае вес больше?



Решение:

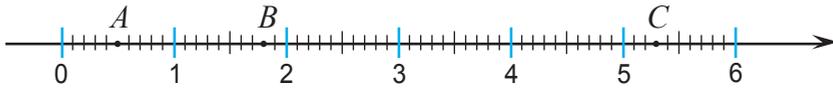
а) В точке A масса 0,4 кг.

б) В точке B – кг.

в) В точке C – кг.

Заметим, что $0,4 < \text{ } < \text{ }$.

2. Изобразим числа 0,5; 1,8; 5,3 на числовой оси:



Значит, $A(0,5)$, $B(1,8)$, $C(5,3)$.

Получаем $0,5 < 1,8 < 5,3$, так как точка B расположена на числовой оси правее точки A , а точка C – правее точки A .

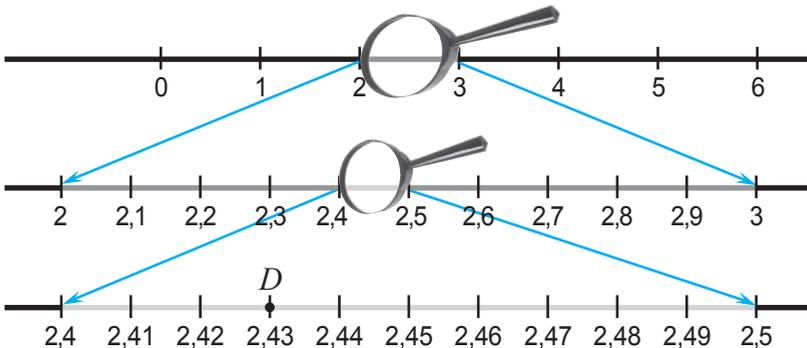
Вывод: Из трех десятичных чисел больше то, которое расположено на числовой оси правее других.

А как на числовой оси изобразить десятичные числа, содержащие сотые, тысячные и т. д.?

Например: 2,43 и 1,035.



Чтобы изобразить на числовой оси число 2,43, рассмотрим часть числовой оси, используя лупу:



Значит, $D(2,43)$.

Применяем и объясняем

• Изобразите число 1,035 на числовой оси, применив метод, рассмотренный выше.

• Проверьте, используя линейку с делениями, правильно ли расположены следующие числа в порядке возрастания:

0,7; 2,8; 5,9; 6; 4,1; 8,3; 8; 7.



Возьмите на заметку

Из заданных десятичных чисел больше то, которое расположено на числовой оси правее других.

Упражнения и задачи

1. Сравните устно:

а) 21 и 17;

б) 35 и 42;

в) 2,1 и 2,7;

г) 3,5 и 3,2;

д) 2,1 и 1,7;

е) 3,5 и 4,2;

ж) 0,26 и 0,23;

з) 1,73 и 1,7;

и) 16,125 и 16,128;

к) 5,027 и 5,021.

2. Сравните устно:

а) 6,25 ● 5,25;

б) 4,18 ● 3,18;

в) 7,29 ● 7,3;

г) 16,07 ● 16,05;

д) 125,007 ● 125,009;

е) 15,389 ● 14,389;

ж) 22 ● 22,0;

з) 99,99 ● 99,990;

и) 2,0003 ● 2,001;

к) 5,0009 ● 5,02.

3. Коля купил альбом за 103,35 лея, книгу за 103,5 лея и атлас за 103,25 лея.

а) Что из его покупки самое дешевое? А самое дорогое?

б) Расположите цены в порядке возрастания.

4. Расположите на числовой оси числа:

а) 0,3;

б) 0,8;

в) 1,2;

г) 2,7;

д) 4,5;

е) 6,8;

ж) 3,4;

з) 3,5.

5. Запишите в порядке возрастания числа:

а) 12; 11,3; 7,2; 0,4; 6,21; 7,23; 11,12; 0,402.

б) 15; 13,1; 8,5; 0,7; 9,92; 8,51; 15,02; 8,503.

6.  **Работайте в парах!** Сережа записал в порядке убывания числа 2,01; 3,5; 2; 7,81; 3,62; 7,5; 0,82; 0,803 следующим образом:

а) 7,81; 7,5; 3,5; 3,62; 2,01; 2; 0,82; 0,803.

б) 7,5; 7,81; 3,62; 3,5; 2; 2,01; 0,803; 0,82.

Помогите Сереже исправить ошибки.



7. Какой знак надо поставить между числами:
 а) 5 и 6, чтобы получить число больше 5 и меньше 6;
 б) 11 и 12, чтобы получить число больше 11 и меньше 12?

8. Истинно или Ложно?

а) $23,05 > 23,04$;

в) $1,61 < 1,610$;

д) $0,235 > 1,235$;

ж) $16,001 = 16,01$;



б) $16,07 > 16,09$;

г) $3,54 < 3,540$;

е) $0,999 > 1,999$;

з) $26,003 = 26,03$.

9. Запишите число, которое:

а) больше 7 и меньше 8;

б) больше 10 и меньше 11;

в) больше 101 и меньше 101,5;

г) больше 27,6 и меньше 28,3.

10. Запишите два числа, расположенные между числами:

а) 3 и 4;

б) 8 и 9;

в) 7,2 и 8;

г) 6,3 и 7;

д) 12,3 и 12,4;

е) 18,6 и 18,7;

ж) 10,25 и 10,2;

з) 21,1 и 21,17.

11. Впишите два последовательных натуральных числа, чтобы получить верное двойное неравенство.

а) $\square < 2,2 < \square$;

б) $\square < 7,3 < \square$;

в) $\square < 12,15 < \square$;

г) $\square < 18,23 < \square$;

д) $\square < 1,275 < \square$;

е) $\square < 3,128 < \square$.

12. Сравните устно числа:

а) 2,7 и 2,68;

б) 3,5 и 3,54;

в) 3,12 и 5,12;

г) 7,23 и 6,23;

д) 24,12 и 24,21;

е) 36,23 и 36,203.

13. Какие из чисел 4,08; 5,01; 7,256; 7,249; 12,13; 12,132; 19,02; 20,003; 21,7 расположены на числовой оси ближе к:

а) 6; б) 7; в) 12; г) 20?

14. Впишите цифру, чтобы получить верные неравенства.

а) $6, \square 35 < 6,2 \square 4 < 6,52 \square < 6,6 \square \square 8$;

б) $9, \square 26 < 9,3 \square 5 < 9,41 \square < 9,7 \square \square 8$.

15. Мама купила 2,5 кг яблок и 2,45 кг апельсинов. Каких фруктов мама купила больше?

16. При первой попытке Коля бросил мяч на расстояние 10,25 м, а при второй попытке – на 10,22 м. Какая из попыток удачнее?

17.  **Работайте в парах!** Впишите цифру, чтобы получить верное неравенство.

- а) $0,3 \square > 0,35$; б) $41, \square 2 < 41,27$; в) $7,189 > 7,1 \square 9$;
 г) $29,27 \square < 29,271$; д) $7 \square,792 < 72,7 \square 5$; е) $\square 3,619 > 93, \square 28$.

18. Голубь поднимается на высоту 2,7 км, воробей – на высоту до 5,5 км, а один из видов грифов – на высоту до 11,5 км. Запишите название птиц в порядке возрастания высоты их полета.

19. Расположите на числовой оси числа:

- а) 1,16; б) 2,13; в) 4,08; г) 5,06; д) 7,80; е) 9,90.

20. Поставьте знак сравнения:

- а) $13,75 \bullet 13\frac{1}{4}$; б) $14,25 \bullet 14\frac{1}{4}$;
 в) $26,08 \bullet 26\frac{1}{2}$; г) $37,07 \bullet 37\frac{2}{5}$.



21. Виктор сказал, что:

- а) 25,8 меньше 25,715, так как во втором числе больше цифр;
 б) 32,517 равно 3,2517, так как оба числа составлены из одних и тех же цифр, записанных в том же порядке.

Прав ли Виктор? Обоснуйте ответ.



22. Запишите натуральное число, состоящее из 4 различных цифр.

Образуйте от первоначального числа десятичные числа, используя запятую и один ноль.

Кто запишет больше всех десятичных чисел?

Расположите полученные числа в порядке убывания.

23. Запишите имена детей в порядке возрастания:

- а) их роста;
 б) их веса.

	Рост (м)	Вес (кг)
Лена	1,35	34,6
Маша	1,42	32,8
Денис	1,4	45,3
Ваня	1,67	41,8
Ира	1,56	35

24. Впишите число, чтобы получить верные неравенства:

- а) $25,605 < \square < \square < \square < \square < 25,61$;
 б) $0,0033 < \square < \square < \square < \square < 0,004$.

25. Используя каждый раз все цифры 3, 6, 2, 5, не повторяя их, запишите с помощью запятой наименьшее число и наибольшее число, состоящие из всех этих цифр.

§3 Округление десятичных чисел

Исследуем и узнаем

• Папа принес арбуз массой в 7,6 кг. Когда папу спросили, какова масса арбуза, он ответил: „Приблизительно 8 кг“. Прав ли папа?

Решение:

Десятичное число 7,6 расположено между двумя натуральными числами:

$$7 < 7,6 < 8$$

Замечаем, что десятичное число 7,6 ближе к натуральному числу 8 чем к натуральному числу 7. Следовательно, 7,6 можно заменить на его приближенное значение 8. В этом случае говорят, что число 7,6 округлили до 8.

Таким образом, папа округлил массу арбуза. Значит, он прав.



Если нельзя найти точное значение какой-либо величины, можно найти ее приближенное значение, используя округление. В нашем случае $7,6 \approx 8$.

- Любое десятичное число можно округлить.



Рассмотрим примеры:

- а) $123,4 \approx 123$ – округление до единиц; б) $20,57 \approx 20,6$ – округление до десятых;
в) $32,183 \approx 32,18$ – округление до сотых; г) $168,74 \approx 170$ – округление до десятков.

Что вы заметили?

Сформулируйте правила округления десятичных чисел.

Знак „ \approx “ читают „приблизительно равно“.

Запомните

Правила округления десятичных чисел

- 1) Если цифра, стоящая справа от цифры, указывающей разряд, до которого надо округлить, больше или равна 5, то округлением этого числа является его приближенное значение с избытком.
- 2) Если цифра, стоящая справа от цифры, указывающей разряд, до которого надо округлить, меньше 5, то округлением этого числа является его приближенное значение с недостатком.

Примеры:

$$274,7 \overset{\boxed{6}}{2} \approx 274,8;$$

$$3,99 \overset{\boxed{5}}{5} \approx 4;$$

$$7 \overset{\boxed{8}}{8},15 \approx 80.$$

$$81,3 \overset{\boxed{1}}{1} \approx 81,3;$$

$$0,78 \overset{\boxed{3}}{3} \approx 0,78;$$

$$6 \overset{\boxed{2}}{2},18 \approx 60.$$

Применяем и объясняем

Перерисуйте и дополните таблицу.

Десятичная дробь	Округление до единиц	Округление до десятых	Округление до сотых
12,756	13	12,8	12,76
0,805	1	0,8	0,81
3,418			
0,004			
174,23			
91,0103			
45,607			
2,7891			

Упражнения и задачи

1. Округлите до единиц:

- а) 27,21; б) 34,35; в) 2,705; г) 3,801;
д) 106,23; е) 203,45; ж) 2 004,7; з) 2 005,8.

2. Округлите до десятых:

- а) 0,73; б) 0,84; в) 12,354; г) 23,673;
д) 104,291; е) 234,182; ж) 0,88; з) 0,77.

3. Округлите до сотых:

- а) 0,283; б) 0,174; в) 14,185; г) 15,237;
д) 215,038; е) 324,049; ж) 1,991; з) 2,998.

4. Округлите до десятков:

- а) 20,2; б) 34,1; в) 65,7; г) 87,3;
д) 127,4; е) 328,1; ж) 2 041,9; з) 3 062,8.

5. Андрей купил альбом за 54,2 лея и несколько книг, за которые заплатил 246,05 лея. Сколько приблизительно денег потратил Андрей?

6. Между какими двумя последовательными натуральными числами на числовой оси расположено каждое из чисел:

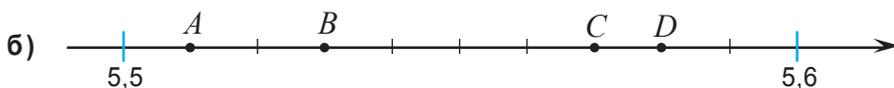
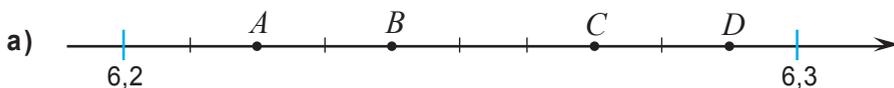
- а) 16,25; б) 15,34; в) 124,58;
г) 217,63; д) 2 138,81; е) 3 217,29.



7.  **Работайте в парах!** Перерисуйте и заполните таблицу.

Десятичное число	Округление до единиц	Округление до десятых	Округление до сотых
2,123			
15,685			
124,521			
27,378			
64,085			
107,807			

8. Постройте прямоугольник $ABCD$ с измерениями 5,4 см и 3,8 см. Измерьте, округлив до десятых, длины отрезков AC и BD .
9. Измерьте длину, ширину и высоту вашего учебника в сантиметрах и округлите результаты до десятых.
10. Найдите координаты точек A, B, C, D .



- 1) Найдите приближенное значение координат точек A, B, C, D с недостатком и с избытком до единиц.
- 2) Найдите приближенное значение координат точек A, B, C, D с недостатком и с избытком до десятых.
11. Округлите до:
- а) десятков: 278,5; 134,7; 1475,03; 2408,02;
 - б) десятых; 28,135; 161,708; 304,093; 55,999;
 - в) сотых: 1,783; 2,177; 68,108; 99,999.
 - г) сотен: 278,1; 1298,5; 6998,1; 2005,6.
12. Иван должен заплатить за 3 кг картошки 25,5 лея, за 2 кг лука – 16,4 лея и за 2,5 кг огурцов – 31,2 лея. У него есть 70 леев. Определите, округлив стоимость каждого продукта до целого и сложив полученные значения, хватит ли Ивану этой суммы денег.

13. Найдите ошибки:

- а) $27,13 \approx 27,2$; б) $17,54 \approx 17,6$; в) $2,134 \approx 2,15$;
 г) $3,255 \approx 3,26$; д) $28,098 \approx 28,1$; е) $171,85 \approx 170$;
 ж) $285,3 \approx 290$; з) $2\,005,663 \approx 2\,005,67$.

14. а) Рассмотрите таблицу.

Запишите имена детей, округлив данные до десятых:

- 1) в возрастающем порядке показателей их роста;
 2) в убывающем порядке их веса.

б) Определите, кто из детей самый высокий, а кто самый тяжелый.

Имя	Рост (м)	Вес (кг)
Сергей	1,3	36,48
Максим	1,38	35,01
Алисия	1,27	36,28
Амелия	1,31	34,52
Дана	1,22	30,96
Дамиан	1,17	36,55

15. Запишите в виде десятичного числа и округлите до десятых число:

- а) $15\frac{3}{4}$; б) $27\frac{5}{21}$; в) $128\frac{21}{23}$; г) $77\frac{8}{19}$.

16. Поменяв местами цифры числа, запишите все десятичные числа с двумя знаками после запятой. Округлите все полученные числа до десятых.

§4 Сложение и вычитание десятичных чисел

1. Сложение десятичных чисел

Исследуем и узнаем

• Дорога, по которой Раду ходит в школу, изображена на рисунке. Какое расстояние проходит Раду от дома до школы?

Решение:

Вычислим сумму $1,25 + 2,1$.

Это можно сделать двумя способами.

① Сложим единицы с единицами, десятые с десятыми и т.д.

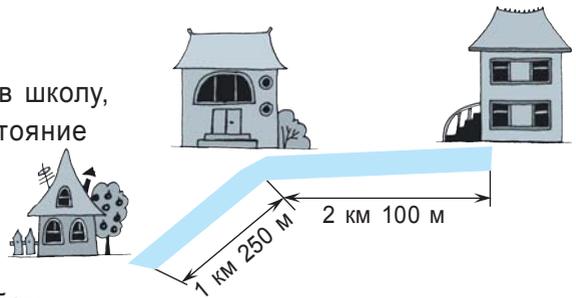
$$1,25 + 2,1 = 1 + 0,2 + 0,05 + 2 + 0,1 = 3 + 0,3 + 0,05 = 3,35.$$

Ответ: 3,25 км.

② Записываем следующим образом:

$$\begin{array}{r} 1,25 + \\ 2,10 \\ \hline 3,35 \end{array}$$

Дописала один ноль, чтобы получить одинаковое количество знаков после запятой.



Возьмите на заметку

Чтобы сложить два десятичных числа:

- ① записываем числа одно под другим следующим образом: целая часть под целой частью, запятая под запятой, десятые под десятymi, сотые под сотыми и т. д.;
- ② дописываем нули в дробной части, чтобы уравнивать количество знаков после запятой;
- ③ выполняем сложение, не обращая внимания на запятую;
- ④ ставим в ответе запятую под запятой.

Примеры:

а) $12,35 + 9,7 = ?$

$$\begin{array}{r} 12,35 + \\ 9,70 \\ \hline 22,05 \end{array}$$

б) $0,254 + 6,03 = ?$

$$\begin{array}{r} 6,030 + \\ 0,254 \\ \hline 6,284 \end{array}$$



Поставьте знаки сравнения:

а) $212,7 + (14,05 + 0,44)$ $(212,7 + 14,05) + 0,44$.

б) $31,5 + 16,4$ $16,4 + 31,5$.

в) $6,08 + 0$ $0 + 6,08$.

Что вы заметили?



Свойства сложения десятичных чисел

	Примеры:
1° коммутативность: $a + b = b + a$;	$0,1 + 6,3 = 6,3 + 0,1$;
2° ассоциативность: $(a + b) + c = a + (b + c)$;	$(3,2 + 1,2) + 0,8 = 3,2 + (1,2 + 0,8)$;
3° Ноль (0) является нейтральным элементом сложения: $0 + a = a + 0 = a$.	$8,1 + 0 = 0 + 8,1 = 8,1$.

- Обратите внимание, как разложили число 12,354.

$$\begin{aligned} 12,354 &= 10 + 2 + 0,3 + 0,05 + 0,004 = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10^0 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000} = \\ &= 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10^0 + \frac{3}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{4}{10^3}. \end{aligned}$$

Запомните

- Запись $1 \cdot 10 + 2 \cdot 10^0 + \frac{3}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{4}{10^3}$ называется **десятичным разложением** числа 12,354.

2. Вычитание десятичных чисел

Исследуем и узнаем

• Чтобы пошить кукле платье, Дана купила 2,45 м ленты. Сколько метров ленты осталось, если известно, что на платье у нее ушло 1,2 м ленты?

Решение:

Запишем следующим образом и вычтем:

$$\begin{array}{r} 2,45 - \\ 1,20 \\ \hline 1,25 \end{array}$$

Дописал один ноль, чтобы получить одинаковое количество знаков после запятой.



Ответ: 1,25 м.

Примеры:

а) $62,5 - 41,28 = ?$

$$\begin{array}{r} 62,50 - \\ 41,28 \\ \hline 21,22 \end{array}$$

Ответ: $62,5 - 41,28 = 21,22$.

Проверка:

$$\begin{array}{r} 21,22 + \\ 41,28 \\ \hline 62,50 \end{array}$$

б) $5,403 - 0,13 = ?$

$$\begin{array}{r} 5,403 - \\ 0,130 \\ \hline 5,273 \end{array}$$

Ответ: $5,403 - 0,13 = 5,273$.

Проверка:

$$\begin{array}{r} 5,273 + \\ 0,130 \\ \hline 5,403 \end{array}$$

Возьмите на заметку

Чтобы вычесть два десятичных числа:

- ① записываем числа одно под другим следующим образом: целая часть под целой частью, запятая под запятой, десятые под десятыми, сотые под сотыми и т. д.;
- ② дописываем нули в дробной части, чтобы уравнять количество знаков после запятой;
- ③ выполняем вычитание, не обращая внимания на запятую;
- ④ ставим в ответе запятую под запятой.

Пример:

$$\begin{array}{r} 12,50 - \\ 6,08 \\ \hline 6,42 \end{array}$$

Упражнения и задачи

1. Вычислите:

а) $2,52 + 1,35$;

б) $17,21 + 5,09$;

в) $6,08 + 3,1$;

г) $7,92 + 2,7$;

д) $0,25 + 31,4$;

е) $0,17 + 44,7$;

ж) $12 + 7,8$;

з) $13 + 18,2$;

и) $6,253 + 0,8$.

2. Для пошива пальто понадобилось 4,25 м ткани, а для костюма – 2,8 м ткани. Сколько всего метров ткани понадобилось?

3. С одного участка собрали 242,52 т зерна, а с другого – на 18,08 т больше. Сколько тонн зерна собрали с обоих участков?

4. Вычислите:

- а) $6,25 - 3,14$; б) $8,16 - 6,21$; в) $3,8 - 0,27$; г) $4,7 - 0,53$;
д) $12 - 2,14$; е) $23 - 5,28$; ж) $16,399 - 8,25$; з) $45,888 - 7,08$.

5. Два тракториста вспахали поле. Один вспахал 18,4 га. Сколько гектаров земли вспахали оба тракториста, если первый вспахал на 2,7 га больше второго?



6. Вычислите наиболее удобным способом, применив ассоциативность сложения:

- а) $16,3 + (0,28 + 3,7)$; б) $25,8 + (0,2 + 6,25)$;
в) $14,123 + (5,71 + 7,29)$; г) $(27,194 + 6,82) + 12,18$;
д) $(7,88 + 3,153) - 5,88$; е) $(73,185 + 18,68) - 4,68$.

7. Запишите разложение десятичного числа.

Образец: $25,183 = 20 + 5 + 0,1 + 0,08 + 0,003$.

- а) 0,14; б) 3,21; в) 10,28; г) 74,12;
д) 128,03; е) 625,031; ж) 1004,52; з) 9,9999.

8. Арбуз стоит: 5,4 лея плюс еще стоимость половины арбуза. Сколько стоит арбуз?

9. Длины сторон треугольника равны 6,5 см, 12,3 см и 8,4 см. Найдите периметр треугольника.

10. Зная, что $645 - 314,8 = 330,2$, определите не вычисляя:

- а) $330,2 + 314,8$; б) $645 - 330,2$.

11. Впишите число, при котором равенство будет верным:

- а) $25,34 + \square = 84,175$; б) $181,08 + \square = 199,99$;
в) $68,05 - \square = 54,01$; г) $108,24 - \square = 98,16$;
д) $1\,254,16 + 35,008 = \square$; е) $7\,028,08 + 152,12 = \square$.

12. Вычислите:

- а) $248,15 + 1\,068,03 + 54,004$; б) $614,23 + 2\,105,14 + 68,103$;
в) $0,008 + 13,192 + 4\,025,02$; г) $0,123 + 68,077 + 7\,408,09$.

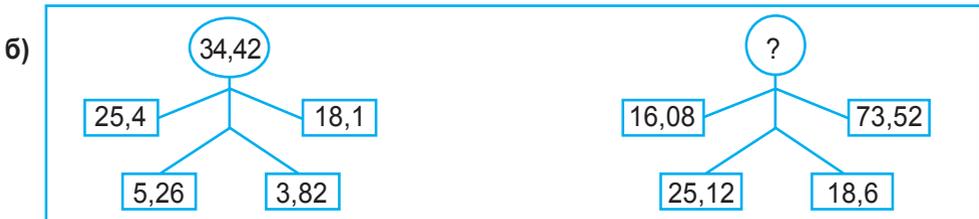
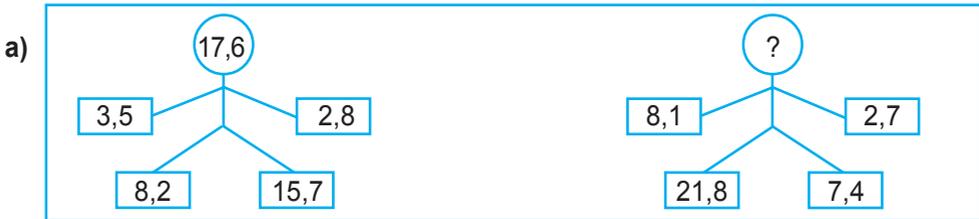


13. Восстановите запись.

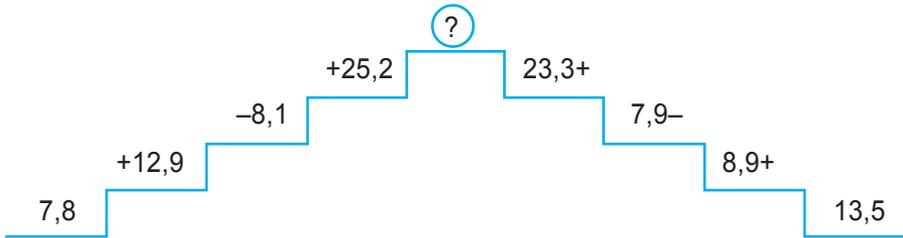
$$\begin{array}{r} \nabla \bigcirc \diamond, \square \diamond 6 - \\ \nabla \bigcirc, \diamond \square \diamond \\ \hline 757,563 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \diamond \triangle, \bigcirc \square \triangle 2 - \\ \diamond, \triangle \bigcirc \square \triangle \\ \hline 87,7925 \end{array}$$

14. Впишите пропущенное число.

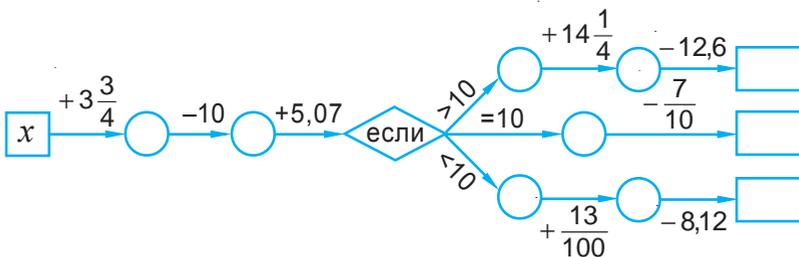


15. *Работайте в парах!* Кто считает быстрее?



16. Найдите значение при:

- а) $x = 12,25$; б) $x = 11,04$; в) $x = 11,18$.



17. Длина одной стороны треугольника составляет 81,5 см, длина второй – на 7,2 см длиннее первой, а длина третьей – на 14,3 см длиннее второй. Найдите периметр треугольника.

18. Расставьте недостающие запятые, чтобы получить верное равенство.

а) $45+615+3225=42,9$;

б) $18+522+2614=315,4$.

19. Вычислите сумму.

а)

Печенье – 25,50 лея
Хлеб – 7,20 лея
Чай – 14,25 лея
Сыр – 120,30 лея
Всего леев

б)

Рубашка – 120,50 лея
Куртка – 212,00 лея
Пальто – 625,35 лея
Ботинки – 428,25 лея
Всего леев

20. Максимальная глубина Тихого океана – 11,022 км, Атлантического океана – на 2,594 км меньше максимальной глубины Тихого океана, Индийского океана – на 0,978 км меньше максимальной глубины Атлантического океана, Северного Ледовитого океана – на 2,001 км меньше максимальной глубины Индийского океана. Какова максимальная глубина Северного Ледовитого океана?

21. Запишите число:

а) 28,7 в виде суммы двух чисел;

б) 28,7 в виде разности двух чисел;

в) 416,3 в виде суммы двух чисел;

г) 416,3 в виде разности двух чисел.

22. Вычислите и округлите результат сначала до десятых, а затем – до сотых:

а) $144,253+7,008-15,211$;

б) $10418,04-78,003-100,5$;

в) $754,184+8,001-24,113$;

г) $210008,15-210,07-58,899$.

24. Сумма трех чисел – 88,44. Известно, что первое число – 14,126. Найдите два других числа, зная, что они одинаковы.

25. Выполните действие:

а) $\overline{a81,b7} + \overline{aa,0b}$; б) $\overline{6x,2y} - \overline{1x,yy}$,

где a, b, x, y – цифры числа.

Образец: $\overline{ab} = 10a + b$;

$\overline{abc} = 100a + 10b + c$;

$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$.

26. Найдите неизвестные числа:

а) $\overline{a,b} + \overline{b,a} = 9,9$;

б) $\overline{a,a} + \overline{aa,a} = 12,2$;

в) $\overline{x,y} + \overline{10x,y} = 107,6$;

г) $\overline{x0,y} + \overline{y,x} = 52,7$.

§5 Умножение, деление и возведение в степень десятичных чисел

1. Умножение десятичного числа на натуральное число

Исследуем и узнаем

• Три подруги – Вероника, Лиля и Нина – купили три одинаковые порции мороженого по цене 3,5 лев. Сколько денег заплатили подруги?

Решение:

$$3 \cdot 3,5 = 3,5 + 3,5 + 3,5 = 10,5 \text{ (лев)} \quad \text{или}$$

Ответ: 10 левов 50 банов.



Заполните пропуски.

а) $4,4 \cdot 16 = \square$

$$\begin{array}{r} 4,4 \times \\ 16 \\ \hline 26,4 \end{array}$$

1 десятичный знак

1 десятичный знак

б) $0,15 \cdot 24 = \square$

$$\begin{array}{r} 3,5 \times \\ 3 \\ \hline 10,5 \end{array}$$

1 десятичный знак

1 десятичный знак

$$\begin{array}{r} 0,15 \times \\ 24 \\ \hline 60 \end{array}$$

2 десятичных знака

2 десятичных знака

Возьмите на заметку

Чтобы умножить десятичное число на натуральное:

Пример:

- ① записываем числа в столбик и, не учитывая запятую, выполняем умножение (как при умножении двух натуральных чисел);
- ② в полученном произведении отделяем запятой справа столько десятичных знаков, сколько их было в умножаемом десятичном числе.

$$1,32 \cdot 53 = ?$$

$$\begin{array}{r} 1,32 \times \\ 53 \\ \hline 396 \end{array}$$

2 десятичных знака

$$\begin{array}{r} 660 \\ 69,96 \end{array}$$

2 десятичных знака



Поставьте подходящие знаки.

$7,8 \cdot 1 = \square$; $7,8 \cdot 0 = \square$;

$7,8 \cdot 5 = 7,8 \square$; $7,8 \square 7,8 \square 7,8 \square 7,8 \square 7,8$.

$$\begin{array}{r} 7,8 \times \\ 5 \\ \hline \square \square \square \end{array}$$

1 десятичный знак

1 десятичный знак

2. Умножение двух десятичных чисел

Исследуем и узнаем

- Мама купила 2,4 кг слив по 9,5 лея/кг. Сколько всего заплатила мама?

Решение:

Чтобы узнать, сколько заплатила мама, необходимо выполнить умножение $2,4 \cdot 9,5$.

$$\text{Имеем } 9,5 = 9 + 0,5 = 9 + \frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Получим: } 2,4 \cdot 9,5 &= 2,4 \cdot (9 + 0,5) = 2,4 \cdot 9 + 2,4 \cdot 0,5 = \\ &= 21,6 + \frac{24}{10} \cdot \frac{1}{2} = 21,6 + \frac{24}{20} = 21,6 + 1,2 = 22,8. \end{aligned}$$

Значит, $2,4 \cdot 9,5 = 22,8$. Ответ: 22,8 лея.

Выполненные выше вычисления можно записать в виде:

Что замечаем?

$$\begin{array}{r} 2, \boxed{4} \times \\ 9, \boxed{5} \\ \hline 120 \\ 216 \\ \hline 22, \boxed{80} \end{array}$$

1 десятичный знак
1 десятичный знак
2 десятичных знака

- Вычислите: $0,2 \cdot 1,36$.

Решение:

Что замечаем?

$$\begin{array}{r} 1, \boxed{36} \times \\ 0, \boxed{2} \\ \hline 0, \boxed{272} \end{array}$$

2 десятичных знака
1 десятичный знак
3 десятичных знака

Ответ: 0,272.



Заполните: $1,5 \cdot 0,24 = \square$.

Возьмите на заметку

Чтобы перемножить два десятичных числа:

- ① записываем числа в столбик и, не обращая внимание на запятую, выполняем умножение (как при умножении двух натуральных чисел);
- ② в полученном произведении отделяем запятой справа столько десятичных знаков, сколько их в обоих множителях вместе.

Пример:

а) $0,3 \cdot 12,4 = ?$

$$\begin{array}{r} 12, \boxed{4} \times \\ 0, \boxed{3} \\ \hline 3, \boxed{72} \end{array}$$

1 десятичный знак
1 десятичный знак
2 десятичных знака

б) $4,25 \cdot 15 = ?$

$$\begin{array}{r} 4, \boxed{25} \times \\ 15 \\ \hline 2125 + \\ 425 \\ \hline 63, \boxed{75} \end{array}$$

2 десятичных знака
2 десятичных знака

Задания для понимания

Выполните умножение:

а) $2,35 \cdot 0,24 = ?$

$$\begin{array}{r} 2,35 \times \\ 0,24 \\ \hline 940 + \\ 470 \\ \hline 0,5640 \end{array}$$

Ответ:

$$2,35 \cdot 0,24 = 0,564$$

б) $1,1 \cdot 0,054 = ?$

$$\begin{array}{r} 0,054 \times \\ 1,1 \\ \hline + \\ \\ \hline 0,0594 \end{array}$$

Ответ:

$$1,1 \cdot 0,054 = 0,054 \cdot 1,1 = 0,0594$$

Указание:

Если есть необходимость, в дробной части можно справа приписать нули.

3. Умножение десятичного числа на 10, 100, 1000 и т. д.

Исследуем и узнаем

- В мешке 52,4 кг картошки.

Сколько килограммов картошки в 10 мешках?

В 100 мешках?

В 1000 мешках?

Решение:

В 10 мешках:

$$\begin{array}{r} 52,4 \times \\ 10 \\ \hline 524,0 \end{array}$$

$$52,4 \cdot 10 = 524 \text{ (кг)}$$

В 100 мешках:

$$\begin{array}{r} 52,4 \times \\ 100 \\ \hline 5240,0 \end{array}$$

$$52,4 \cdot 100 = 5240 \text{ (кг)}$$

В 1000 мешках:

$$\begin{array}{r} 52,4 \times \\ 1000 \\ \hline 52400,0 \end{array}$$

$$52,4 \cdot 1000 = 52400 \text{ (кг)}$$

Ответ: 524 кг; 5240 кг; 52400 кг.

Что вы подметили? Сформулируйте правило!

$$52,4 \cdot 10 = 524$$

на одну цифру
цифру

запятую перемещаем вправо →

$$52,4 \cdot 100 = 5240$$

на две цифры
цифры

запятую перемещаем вправо →

$$52,4 \cdot 1000 = 52400$$

на три цифры 3 нуля

запятую перемещаем вправо →

Замечание:

Если есть необходимость, в дробной части можно дописать справа нули перед тем, как выполнять умножение.

Возьмите на заметку

При умножении десятичного числа на 10, 100, 1000 и т. д. запятую в записи произведения переносят вправо соответственно на 1 цифру, на 2 цифры, на 3 цифры и т. д.



Примеры:

$$6,38 \cdot 10 = 63,8;$$

$$0,254 \cdot 10 = 2,54;$$

$$6,38 \cdot 100 = 638;$$

$$0,254 \cdot 100 = \square\square,4;$$

$$6,38 \cdot 1000 = \square\square\square;$$

$$0,254 \cdot 1000 = \square\square\square.$$

Запятую переносим
вправо. →

Запомните

При умножении десятичного числа на 10^n , $n \in \mathbb{N}^*$, запятую в записи произведения переносят вправо на n цифр.

4. Деление десятичного числа на 10, 100, 1000 и т. д.

Исследуем и узнаем

- Вычислите: $9 : 10$, $9 : 100$, $9 : 1000$.

Решение:

$$9 : 10 = \frac{9}{10} = 0,9$$

1 ноль 1 цифра

$$9 : 100 = \frac{9}{100} = 0,09$$

2 нуля 2 цифры

$$9 : 1000 = \frac{9}{1000} = 0,009$$

3 нуля 3 цифры

Что замечаем?

При делении десятичного числа на 10, 100, 1000 и т. д. запятую в записи частного переносят влево соответственно на 1 цифру, на 2 цифры, на 3 цифры и т. д.

Примеры:

а) $75,8 : 10 = 7,58$

1 цифра 1 ноль

б) $254,1 : 100 = 2,541$

2 цифры 2 нуля

← запятую перемещаем влево

← запятую перемещаем влево

Напомним, что при умножении десятичного числа на 10, 100, 1000 и т. д. запятую в записи произведения переносили **вправо** соответственно на 1 цифру, на 2 цифры, на 3 цифры и т. д.



Возьмите на заметку

При делении десятичного числа на 10, 100, 1000 и т. д. запятую в записи частного переносят влево соответственно на 1 цифру, на 2 цифры, на 3 цифры и т. д.

5. Возведение конечного десятичного числа в квадрат и в куб

Исследуем и узнаем

- Вычислите: а) $10,5^2$; б) $0,1^3$.

Решение:

$$\text{а) } 10,5^2 = \underbrace{10,5 \cdot 10,5}_{2 \text{ множителя}} = 110,25 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Ответ: 110,25.

Что замечаем?

Квадрат десятичного числа 10,5 равен числу 110,25, полученному при умножении 10,5 на себя же.

$$\text{б) } \text{Значит, } 0,1^3 = \underbrace{0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1}_{3 \text{ множителя}} = 0,001.$$

Примеры:

$$\text{а) } 0,2^4 = \underbrace{0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2}_{4 \text{ множителя}} = 0,0016$$

$$\text{б) } 7,8^0 = 1;$$

$$\text{в) } 253,81^1 = 253,81.$$

Похоже на степень натурального числа!



Применяем и объясняем

$$\text{а) } 0,5^0 = 1;$$

$$\text{б) } 0,5^1 = \square;$$

$$\text{в) } 0,5^2 = \square \cdot \square = \square;$$

$$\text{г) } 0,5^3 = \square \cdot \square \cdot \square = \square.$$

Возьмите на заметку

- Вторая, третья, четвертая и т. д. степень десятичного числа равна произведению соответственно двух, трех, четырех и т. д. множителей, каждый из которых равен исходному числу.
- Любое десятичное число, возведенное в первую степень, равно исходному числу.
- Любое ненулевое десятичное число, возведенное в нулевую степень, равно 1.

6. Порядок выполнения действий

Исследуем и узнаем

- Выполните вычисления: $211,8 : 10 - 3 \cdot (6,28 + 1,2^2 \cdot 0,5)$.

$$211,8 : 10 - 3 \cdot (6,28 + 1,2^2 \cdot 0,5) = 0,18$$

$$1) 1,2^2 = 1,2 \cdot 1,2 = 1,44;$$

$$4) 3 \cdot 7 = 21;$$

$$2) 1,44 \cdot 0,5 = 0,72;$$

$$5) 211,8 : 10 = 21,18;$$

$$3) 6,28 + 0,72 = 7;$$

$$6) 211,8 - 21 = 0,18.$$

Ответ: 0,18.

Сначала определим порядок выполнения действий.



Вспомним

- сложение и вычитание → действия I порядка;
- умножение и деление → действия II порядка;
- возведение в степень → действие III порядка.

Возьмите на заметку

① Если в математическом выражении без скобок все действия одного порядка, то их выполняют в том порядке, в каком они записаны.

→ а) $12,7 - 4,25 + 0,7$; б) $17,5 \cdot 4,7 : 100$;

② Если в математическом выражении без скобок все действия разных порядков, то сначала выполняют действия III порядка, затем действия II порядка, и в конце действия I порядка.

→ в) $4 : 25 - 1,3^3 \cdot 10$;

③ Если математическое выражение содержит скобки, то сначала выполняют действия в скобках по 1 или 2 правилу, а затем выполняют действия, полученные после раскрытия скобок.

→ г) $17 + 5,2 \cdot (6,8 + 5,4^2)$



Вычислите.

а) $(4,4 \cdot 1,5 - 6^2) : 10 + 0,5 \cdot 10 =$
 $= (4,4 \cdot 1,5 - \square) : 10 + 0,5 \cdot 10 =$
 $= (\square - \square) : 10 + 0,5 \cdot 10 =$
 $= \square : 10 + 0,5 \cdot 10 =$
 $= \square + 0,5 \cdot 10 =$
 $= \square + \square =$
 $= \square$

б) $2 \cdot (17,5 - 0,4) - [18,1 - 4 \cdot (5^2 : 2 - 10)] = \square$

⑦ ⑥ ⑧ ● ● ● ●

- 1) $\square = \square \cdot \square = 25$;
- 2) $25 : \square = \square$;
- 3) $12,5 - \square = 2,5$;
- 4) $4 \cdot 2,5 = \square$;
- 5) $18,1 - 10 = \square$;
- 6) $17,5 - 0,4 = 17,1$;
- 7) $17,1 \cdot 2 = 34,2$;
- 8) $34,2 - 8,1 = 26,1$.

Упражнения и задачи

1. Вычислите:

а) $0,5 \cdot 0,7$;

б) $0,6 \cdot 0,9$;

в) $1,8 \cdot 3$;

г) $2,5 \cdot 6$;

д) $4,2 \cdot 1,5$;

е) $6,1 \cdot 2,3$;

ж) $1,24 \cdot 0,3$;

з) $6,05 \cdot 0,4$.

2. Мешок сахара весит 50,4 кг. Сколько весят 5 мешков сахара? 10 мешков?

3. Вычислите:

а) $25,4 \cdot 6,8$;

б) $38,1 \cdot 7,2$;

в) $125 \cdot 0,2$;

г) $354 \cdot 0,7$;

д) $0,05 \cdot 12,4$;

е) $0,04 \cdot 17,2$;

ж) $453 \cdot 0,04$;

з) $611 \cdot 0,06$.

4.  **Работайте в парах!** Степа умножил числа:

а) 6,2 и 0,03; б) 0,5 и 2,4; в) 6 и 2,32 и получил десятичное число, у которого:

1) два десятичных знака;

2) три десятичных знака;

3) два десятичных знака.

Правильно ли Степа выполнил умножение? Обоснуйте.

5. Вычислите, применив свойства умножения:

а) $10 \cdot 12,52$;

б) $10 \cdot 6,08 \cdot 0,01$;

в) $5 \cdot 7,89 \cdot 2$;

г) $25 \cdot 2,63 \cdot 4$;

д) $50 \cdot 6,14 \cdot 2$;

е) $25 \cdot 0,44 \cdot 8$.

6. Вычислите:

а) $7,3 \cdot (1,4 + 0,7)$;

б) $5,4 \cdot (3,8 + 1,2)$;

в) $0,03 \cdot (1,84 - 0,7)$;

г) $1,05 \cdot (2,16 - 1,9)$;

д) $70 \cdot (27,54 + 31,46)$;

е) $204 \cdot (31,18 + 11,82)$;

ж) $58 \cdot (62,17 - 15,17)$;

з) $64 \cdot (43,27 - 31,27)$.

7. Бамбук – самое быстрорастущее растение: по 0,75 м за 24 часа. На данный момент высота растения составляет 0,65 м. Какой будет высота бамбука через:

а) 5 дней;

б) 10 дней;

в) 25 дней;

г) 1 год?

8. Вычислите:

а) $25,48 \cdot 10$;

$25,48 \cdot 100$;

$25,48 \cdot 1000$;

$25,48 \cdot 10000$;

б) $61,46 \cdot 10$;

$61,46 \cdot 100$;

$61,46 \cdot 1000$;

$61,46 \cdot 10\ 000$.

9. Выполните деление:

а) $0,08 : 10$;

б) $0,017 : 10$;

в) $1,038 : 100$;

г) $2,017 : 100$;

д) $16,04 : 1000$;

е) $27,13 : 1000$.

10. Вычислите:

- а) $1,1^2$; б) $1,1^3$; в) $2,5^2$; г) $2,5^3$; д) $0,1^3$; е) $0,1^2$.

11. Поставьте знак сравнения:

а) $6,2^2$  $2,4^3$;

в) $0,01^2$  $0,02$;

д) $3,5^3$  $6,3^2$;



б) $1,8^3$  $2,1^2$;

г) $0,04$  $0,2^2$;

е) $105,3$  $10,1^2$.

12. Определите порядок выполнения действий:

а) $16 \cdot 0,02 + 2,5^2 : 10$;

б) $35,7 : 100 + 1,4^3 \cdot 10$;

в) $6,5 \cdot (14,3 - 8,4) + 7,2^3$;

г) $(12,81 - 3,06)^2 - 147,5 : 10$.

13. Найдите значение каждого выражения из упражнения 12.

14. Запишите произведение в виде степени:

а) $2,3 \cdot 2,3 \cdot 2,3$;

б) $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4$.

15. Дополните соответствующим числом:

а)  $\cdot 100 = 10$;

б) $12,8 \cdot$  $= 1280$;

в) $26,3 \cdot 14,4 =$ .

16. Выполните действия и проверьте результат с помощью калькулятора:

а) $68,5 \cdot 12,4 + 254,14$;

б) $13,2 \cdot (6,2 + 14,15) - 99,8$;

в) $4 \cdot 25 - 72,18$;

г) $24,5 \cdot (7,8 + 44,13) + 101,16$.

17. Вес драгоценных камней измеряется в каратах. 1 карат = 0,2 г. Геолог нашел два драгоценных камня: один весом 21 карат, а другой – 10,1 г. Вес какого камня больше?

18. Автотурист двигался 3 часа со скоростью 99,5 км/ч и 5 часов – со скоростью 84,3 км/ч. Какое расстояние проехал автотурист за весь период времени?

19. Запишите сумму в виде произведения и вычислите:

а) $125,3 + 125,3 + 125,3 + 125,3 + 125,3$;

б) $68,15 + 68,15 + 68,15 + 68,15 + 68,15$.

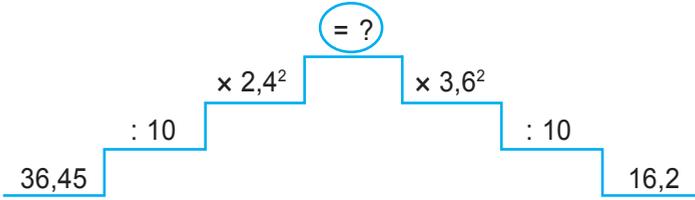
20. Купили 4 кг яблок по цене 12,6 лея за килограмм и 3 кг груш по цене 20,2 лея за килограмм.

а) Сколько всего заплатили за фрукты?

б) На сколько 3 кг яблок дешевле 2 кг груш?



28.  **Работайте в парах!** Кто считает быстрее?



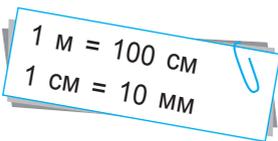
29. Выразите в указанных единицах измерения:

- а) в килограммах: 5 кг 12 мг; 70 г; 185 мг;
- б) в метрах: 5 км 2 см; 18 см; 7 м 8 дм;
- в) в литрах: 7 л 9 дл; 28 л 6 дл; 8 мл.

30. Высочайшей вершиной земного шара, высота которой 8,848 километра, является Эверест (Джомолунгма), находящаяся в Гималаях. Выразите эту высоту в метрах?



31. Выразите в метрах:



- а) 1 м 36 мм;
- б) 2 м 12 мм;
- в) 15 м 23 см;
- г) 21 м 17 см;
- д) 3 мм;
- е) 8 мм;
- ж) 78 см;
- з) 41 см.

32. Выразите в граммах:

- а) 45 мг;
- б) 18 мг;
- в) 5 г 25 мг;
- г) 8 г 30 мг;
- д) 5 кг 25 г;
- е) 1 кг 3 г 15 мг.



33. Высочайшей точкой Европы считается вершина Монблан, расположенная на высоте 4,81 км в Альпах.

- а) Выразите высоту Монблана в метрах?
- б) На сколько метров Эверест выше Монблана?

34. Вычислите:

- а) $(3,8 \cdot 1,75 : 10 + 1,02) : 100 + 0,4 \cdot 2,6^2 - 0,1^3$;
- б) $0,2 \cdot (11,28 + 3,4 : 100 \cdot 1,55) : 10 + 0,6 \cdot 3^2 - 0,2^4$.

35. Земля вращается вокруг Солнца со средней скоростью 29,76 км/с. Какое расстояние преодолит Земля:

- а) за время урока математики;
б) за 24 часа?



36. Вычислите:

а) $\underbrace{2,82x + 2,82x + \dots + 2,82x}_{101 \text{ множитель}}$, если $x = 1000$;

б) $\underbrace{0,18t + 0,18t + \dots + 0,18t}_{110 \text{ множителей}}$, если $t = 100$.

37. Составьте задачу по каждому выражению и решите ее:

- а) $6,8 \cdot 12,5$;
б) $38 \cdot (5,7 + 9,4)$;
в) $15 \cdot (44,5 - 30,1)$.

38. На вопрос о том, сколько у него учеников, известный древнегреческий математик Пифагор ответил: „Половина моих учеников изучает математику, четвертая часть изучает природу, седьмая часть проводит время в созерцании, остальную часть составляют 3 оратора“. Сколько учеников было у Пифагора?



Пифагор
(570–500 гг. до н.э.)

39. Найдите самое большое натуральное число n , при котором верно неравенство:

а) $\frac{n^2}{15} \leq 5,5$; б) $6,5 < \frac{42}{n^2}$.

Задания для осмысления



1. Из каких частей состоит десятичное число?
2. Какова роль запятой в записи десятичного числа?
3. Что обозначает каждая цифра, записанная в дробной части десятичного числа? В целой части?
4. Какие способы сравнения двух десятичных чисел вы знаете? Приведите примеры каждого способа.
5. Каковы правила округления десятичного числа?
6. Приведите примеры применения десятичных чисел в повседневной жизни.
7. Приведите из повседневной жизни примеры, когда применяется округление десятичных чисел.
8. Приведите примеры применения десятичных чисел в других школьных дисциплинах, помимо математики.
9. Какие арифметические действия с десятичными числами вы знаете?
10. Как выполняется сложение двух десятичных чисел? Трех десятичных чисел? Четырех десятичных чисел?
11. Верно ли, что вычитание – действие, обратное действию сложения?
12. Как выполняется вычитание двух десятичных чисел?
13. Сколькими способами можно проверить правильность выполнения сложения двух десятичных чисел? Как проверить вычитание?
14. Приведите примеры применения сложения и вычитания десятичных чисел в повседневной жизни?
15. Сформулируйте правило умножения десятичного числа на натуральное число.
16. Как выполняется умножение двух десятичных чисел?
17. Сформулируйте правило умножения десятичного числа на 10, 100, 1 000 и т. д.
18. Как выполняется деление десятичного числа на 10, 100, 1 000 и т. д.?
19. Объясните понятие *степень десятичного числа*.
20. Как на калькуляторе проверить вычисления с десятичными числами?
21. Каков порядок выполнения действий с десятичными числами?

Упражнения и задачи для повторения



- Выполните действия и проверьте результат на калькуляторе:
а) $2,75 \cdot 10 + 8,4 \cdot 100$; б) $4,14 \cdot 5 - 7,6 \cdot 0,1$;
в) $3,02 \cdot 25 - 0,745 \cdot 100$; г) $54,3 : 10 + 25 \cdot 0,04$.
- Вычислите: а) $1,6^2 \cdot (30 - 12,5) + 144 : 12$; б) $0,5^3 \cdot (16 + 24,4) - 2,5 : 10$.
- Вычислите и проверьте результат двумя способами:
а) $42,027 + 16,173$; б) $70,25 + 15,05$; в) $785,18 - 172,08$; г) $201,5 - 38,65$.
- Впишите число, чтобы получить верное неравенство:
а) $29 + \square < 29,3$; б) $48 - \square > 47$; в) $403,5 + \square \geq 404$; г) $62,8 - \square < 61$.
- Перечислите элементы множества:
а) $A = \{3,4x / x \in \mathbb{N} \text{ и } x - \text{делитель } 18\}$.
б) $B = \{2,5x / x \in \mathbb{N}, x - \text{кратное числа } 18 \text{ и } x \leq 40\}$.



- На оптовой базе было 1 445,6 т яблок. За первую неделю продали 304,4 т яблок, а за вторую неделю – на 105 т больше. Сколько тонн яблок осталось?
- Килограмм конфет стоит 43,5 лея, а один килограмм бананов – 16,5 лея. Купили по два килограмма конфет и бананов. Сколько стоит вся покупка? Решите задачу двумя способами.


- Молодая семья приобрела стол и 10 стульев, заплатив за всё 3 500 леев. Сколько стоит один стул, если стол стоит 835,5 лея?
- У мамы было 235,8 лея. Она купила: 2 кг картошки по цене 4,5 лея за килограмм, 3 кг яблок по цене 8,25 лея за килограмм и куклу Барби для Даны за 102 лея. Сколько денег осталось у мамы?
- За 6 учебников и 10 тетрадей заплатили 205,5 лея, а за 8 учебников и 5 тетрадей заплатили 219,5 лея. Сколько стоит один учебник и одна тетрадь?
- У Коли 8,5 лея, У Дениса – в 4 раза больше, чем у Коли, а у Вити столько, сколько у Коли и Дениса вместе. Сколько всего денег у трех друзей?
- Папа, мама и их сын положили на счета в банке 2 615,4 евро. Сумма вкладов папы и мамы составляет 2008,8 евро, а мамы и сына – 1500,3 евро. Сколько денег на счету у каждого члена семьи?

- 13.**  **Работайте в парах!** Миша переписал выражение $4 \cdot 0,4 + 6,4 : 4 - 2$, но забыл проставить скобки. Помогите Мише поставить скобки так, чтобы результат был равен: а) 6; б) 4,8; в) 0.
- 14.** На оптовой базе было 34 625,75 кг персиков. За первую неделю продали 10 314,5 кг, а за вторую – на 9 654 кг больше. Сколько килограммов персиков осталось на оптовой базе?
- 15.** Карандаш стоит 4,25 лея, а тетрадь – 8,5 лея. Сколько стоят 4 карандаша и 6 тетрадей вместе?
- 16.** В первый день Дима потратил 0,4 от всей имеющейся у него суммы денег, а во второй день – $\frac{1}{3}$ от оставшихся денег. У него осталось 60 леев. Сколько денег было у Димы изначально?
- 17.** Павел проехал 3 ч на автобусе и 5 ч на поезде. Скорость автобуса – 70,4 км/ч, а скорость поезда – 55,2 км/ч. Найдите, на сколько километров больше Павел проехал на поезде, чем на автобусе.
- 18.** Школьный двор имеет форму прямоугольника с размерами 356,3 м и 298,4 м. Найдите длину забора, окружающего школьный двор. (Округлите до десятков.)
- 19.** Периметр прямоугольника равен 40 см. Одна из сторон равна 8,25 см. Найдите, чему равна вторая сторона прямоугольника.

- 20.** Фермер продал на базаре 94,5 кг фруктов. Яблоки составили $\frac{4}{9}$ всех фруктов, абрикосы – $\frac{2}{9}$ всех фруктов, оставшаяся часть – персики. Сколько всего килограммов персиков продали? Решите задачу двумя способами.

21. Сумма двух чисел равна 14,3, а их разность – 5,8. Найдите эти числа.

22. Составьте задачу по выражению и решите ее:

а) $2,1^2 - 1,4$; б) $20 \cdot (64,3 - 59,8)$.



Задача для чемпионов

23. Трое рабочих собрали вместе 206 кг яблок. Второй рабочий собрал на 25 кг яблок больше, чем половина того, что собрал первый рабочий, а третий – на 22 кг яблок меньше удвоенного количества яблок, собранных вторым рабочим.

- а) Найдите, сколько килограммов яблок собрал каждый рабочий.
 б) Определите, сколько килограммов яблок следует еще собрать, чтобы заработать 2 200 леев, если 1 кг яблок стоит 5,5 лея.
 в) Найдите, сколько нужно ящиков для упаковки всех собранных яблок, чтобы заработать 2 200 леев, если в один ящик можно упаковать 18 кг яблок.



Итоговый тест

Время выполнения
работы: 45 минут

I вариант

1. Во время путешествия Дима проехал 400,25 км на поезде и на 20 км меньше на автобусе, а Ирина – 300 км на поезде и на 50,5 км больше на автобусе.

а) Впишите в рамку подходящее десятичное число:

$$400,25 - \square < 210.$$

$$300 + \square > 450,5.$$

б) Найдите, сколько километров проехал Дима.

в) Найдите, сколько километров проехала Ирина.

г) Определите, кто проделал более длинный путь и на сколько.

2. За декабрь семья Прунич должна заплатить по счетам за:

- телефон (стационарный) – 111,98 лея;
- интернет – 135 леев;
- телевидение – 60 леев;
- отопление – 1480,5 лея;
- холодную воду – 100,89 лея;
- газ – 39,66 лея.

а) Впишите в рамку букву И, если высказывание истинно, или букву Л, если оно ложно:

Все числа, указанные на счетах, являются десятичными числами.

б) Сколько кубических метров газа истратила семья, если 1 м³ газа стоит 6 леев?

в) Сколько кубических метров холодной воды было использовано в декабре, если 1 м³ холодной воды стоит 9 леев?

г) Найдите сумму, которую должна выплатить семья Прунич за декабрь.

3. Составьте задачу по выражению:

$$10,5 \cdot 3 + 25,4 : 2.$$

II вариант

1. За продукты госпожа Русу заплатила 200,25 лея, а за хозяйственные товары – на 35 леев больше. Госпожа Лупу заплатила 350 леев за продукты и на 21,5 лея меньше за хозяйственные товары.

а) Впишите в рамку подходящее десятичное число:

$$200,25 + \square < 235.$$

$$350 - \square > 21,5.$$

б) Найдите, сколько заплатила за все товары госпожа Русу.

в) Найдите, сколько заплатила за все товары госпожа Лупу.

г) Определите, кто заплатил больше и на сколько.

2. Турист проехал на машине:

- в первый день 280,5 км;
- во второй день 300,4 км;
- в третий день 312 км;
- в четвертый день 340,2 км;
- в пятый день 298 км.

а) Впишите в рамку букву И, если высказывание истинно, или букву Л, если оно ложно:

Все числа, указывающие пройденные расстояния, являются десятичными числами.

б) За сколько часов проехал турист расстояние в третий день, если он двигался со скоростью 60 км/ч?

в) На сколько километров больше проехал турист за четвертый день, чем за первый день?

г) Сколько километров проехал турист за пять дней?

3. Составьте задачу по выражению:

$$74,8 : 2 - 10,2 \cdot 3.$$

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	31–29	28–26	25–23	22–19	18–14	13–10	9–7	6–4	3–2	1–0

6

ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИИ

§ 1 Точка и прямая

Исследуем и узнаем

- Высочайшей вершиной земного шара является Эверест в Гималаях, высота которой 8848 метров над уровнем моря.



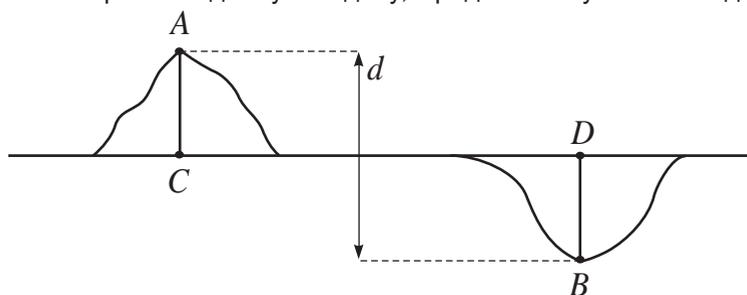
Самая глубокая точка на планете – это Марианская впадина, расположенная в Тихом океане на глубине 11 034 метров.



Какова разность уровней высочайшей точки земного шара и самой глубокой точки на планете?

Решение:

Для того чтобы решить данную задачу, представим условие задачи в виде рисунка:



Пусть d – разность между уровнями.

Тогда $d = 8848 + 11034 = 19882$ (м).

Ответ: 19882 м.

- Рассмотрите рисунок, относящийся к условию задачи. Какие геометрические фигуры были использованы для изображения:

а) уровня моря; б) вершины Эверест; в) Марианской впадины?

- Что обозначает:

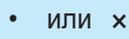
а) точка B ;

б) длина отрезка AC ? Длина отрезка BD ?

Что знаем? Что узнаем?

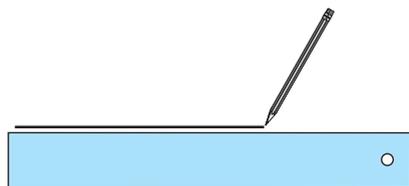
1. Точка

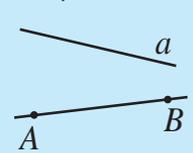
Точка – самая простая геометрическая фигура. Все геометрические фигуры состоят из точек.

Изображаем: 	Обозначаем: Точки обозначают прописными латинскими буквами: A , B и т. д. Иногда точки обозначают A_1 , A_2 и т. д. (читаем: „ A один”, „ A два” и т. д.).
---	--

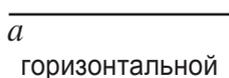
2. Прямая

Прямую строят с помощью линейки. Фактически с помощью линейки мы изображаем только часть прямой. Прямые неограниченны, их можно продлить сколь угодно в оба конца.

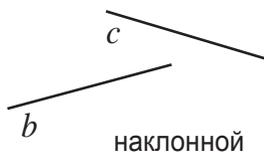


Изображаем: 	Обозначаем: Прямые обозначают строчными латинскими буквами: a , b и т. д. или двумя прописными буквами: AB , CD и т. д.	Читаем: Прямая a , прямая AB (или BA)
--	---	--

Прямая может быть:



горизонтальной



наклонной



вертикальной

Если точка A принадлежит прямой a , то обозначаем $A \in a$.

Если точка B не принадлежит прямой a , то обозначаем $B \notin a$.

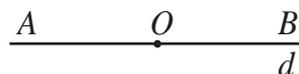
Три и более точек, лежащих на одной прямой, называются **коллинеарными**.



3. Полупрямая

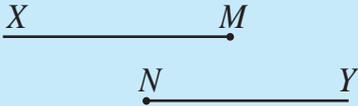
Полупрямая – это множество точек прямой, лежащих по одну сторону от данной точки O (включая саму точку O). Точка O называется **началом** полупрямой

Произвольная точка O , лежащая на прямой, делит эту прямую на две **полупрямые**. Точка O называется **началом полупрямых**.





Изображаем:



Обозначаем:

Полупрямые обозначают двумя прописными латинскими буквами: $[MX]$; $[NY]$ и т. д., первая из которых указывает на начало полупрямой.

Две полупрямые с общим началом и образующие прямую называются **противоположными полупрямыми**.

$[AB]$ и $[AC]$ являются противоположными полупрямыми.



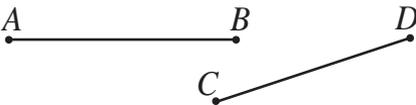
4. Отрезок

Отрезком называется часть прямой, заключенная между двумя точками.

Точки, ограничивающие отрезок, называются его **концами**.



Изображаем:



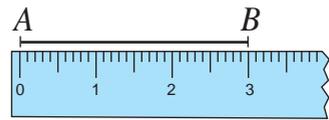
Обозначаем:

$[AB]$ или $[BA]$

$[CD]$ или $[DC]$

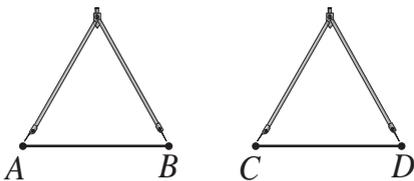
Длину отрезка можно определить с помощью линейки с делениями.

Для того чтобы сравнить длину двух отрезков, можно использовать линейку с делениями или циркуль.



$AB = 3$ см

Измеряем:



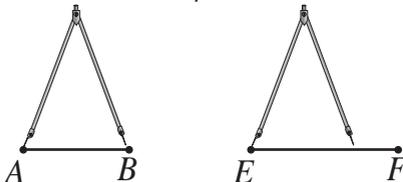
Обозначаем:

$$AB = CD$$

Читаем:

Длина отрезка AB равна длине отрезка CD .

Измеряем:



Обозначаем:

$$AB < EF$$

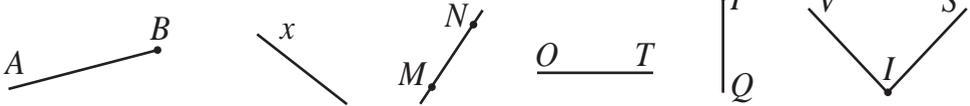
Читаем:

Длина отрезка AB меньше длины отрезка EF .

Упражнения и задачи



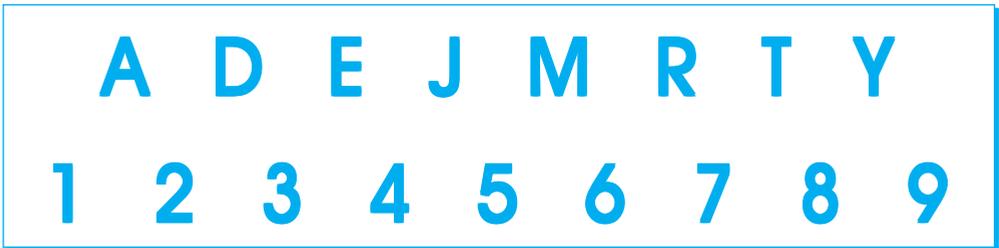
1. Определите среди приведенных фигур:
а) прямые; б) полупрямые; в) отрезки.



2. Постройте и обозначьте: точку, прямую, полупрямую, отрезок.
3. Какие из следующих рисунков являются геометрическими фигурами?



4. Постройте геометрическую фигуру, образованную:
а) тремя точками; б) четырьмя точками; в) 10 точками;
г) не менее чем 50 точками; д) более чем 100 точками.
5. Обратите внимание на латинские буквы и цифры:

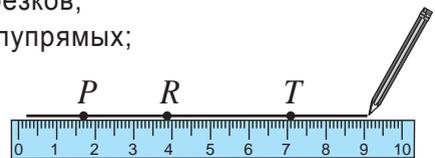


Выберите те буквы и цифры, которые состоят:

- а) только из отрезков; б) только из кривых линий;
в) из кривых линий и отрезков; г) из одной кривой и одного отрезка.
6. Аня нарисовала прямую и отметила на ней точки P , R и T .

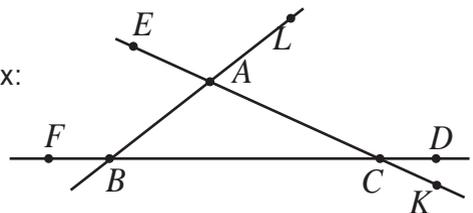
Напишите:

- а) обозначения всех сформированных отрезков;
б) обозначения всех сформированных полупрямых;
в) все возможные обозначения изображаемой прямой;
г) обозначение полупрямой, не содержащей точки T .



7. Рассмотрите рисунок.
Найдите и напишите обозначения всех:

- а) прямых, содержащих точку A ;
б) полупрямых, содержащих точку B ;
в) отрезков, содержащих точку C .



8. Рассмотрите рисунок задания 7. Заполните соответствующим образом.

- а) Точка A принадлежит отрезкам: ;
- б) C $[BD]$, $B \notin$, $\in [KE]$, $\notin [KE]$;
- в) $\in AC$, $\in AC$, $\notin AC$, $\notin AC$;
- г) и – противоположные полупрямые;
- д) и – полупрямые с общим началом ;
- е) Прямую BC можно обозначить и следующим образом: , , ;
- ж) Полупрямую $[DF$ можно обозначить и следующим образом: , .

9. Изобразите рисунок, соответствующий каждой описанной ситуации.

- а) Точка A принадлежит прямой l и не принадлежит прямой q .
- б) Прямые a и b имеют одну общую точку L .
- в) Точки M и N одновременно принадлежат полупрямым $[AB$ и $[CD$.
- г) Точка B не принадлежит прямой t , а точка D принадлежит этой прямой.
- д) Полупрямые $[AB$ и $[AC$ не являются противоположными полупрямыми.
- е) Отрезок PQ лежит на прямой d , а точка Q принадлежит этой прямой.

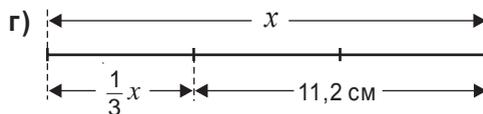
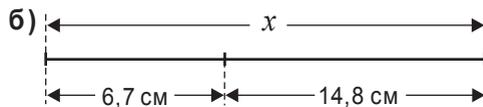
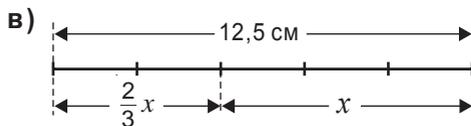
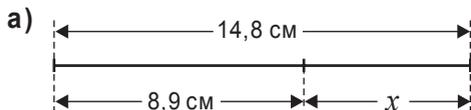


10. Истинно или Ложно?



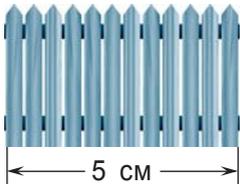
- а) Прямая AB содержит отрезок AB .
- б) Две различные прямые могут иметь две общие точки.
- в) Две различные полупрямые не могут иметь двух общих точек.
- г) Два различных отрезка не могут иметь двух общих точек.
- д) Отрезок CD содержит прямую CD .

11. Найдите x .



12. Какова реальная длина:

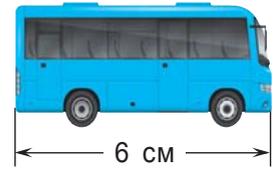
а) забора;



Масштаб
1 : 80

Если масштаб рисунка 1 : n , то изображенный предмет в реальности в n раз больше.

б) автобуса?



Масштаб
1 : 150

13. Точки A , B и C – коллинеарные. Найдите длину отрезка AB , если:

а) $AC = 70$ см, $BC = 43$ см;

б) $AC = 113$ см, $BC = 188$ см;

в) $AC = 37,7$ см, $BC = 28,9$ см;

г) $AC = 55,5$ см, $BC = 56,7$ см.

• Рассмотрите все возможные случаи.

14. Точки M , N , K – коллинеарные. Какая из этих точек может лежать между двумя другими, если:

а) $MN < MK$;

б) $MK > NK$;

в) $NK = MN$;

г) $MN > MK$;

д) $NK < MK$;

е) $MN = MK$?

• Обоснуйте рисунком.

15. Две различные точки A и B определяют две полупрямые: $[AB$ и $[BA$.

Точки M , N , K – три различные точки. Сколько полупрямых они определяют, если:

а) точки M , N , K – коллинеарные;

б) точки M , N , K – неколлинеарные?

16. Точки A , B , C , D различны и каждые три из них – неколлинеарны. Сколько различных прямых они определяют?

17. а) Даны 5 точек на окружности. Сколько можно провести отрезков, концами которых являются эти точки?

б) Решите задачу для 10 различных точек.

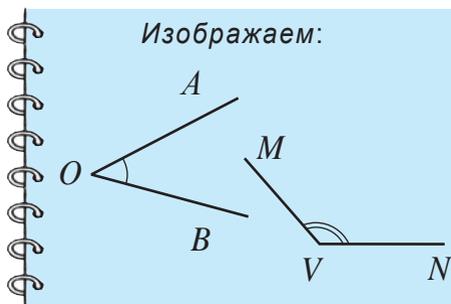
18. Четверть длины отрезка AB равна половине длины отрезка CD , который на 6 см короче отрезка AB . Найдите длину каждого отрезка.

§ 2 Углы



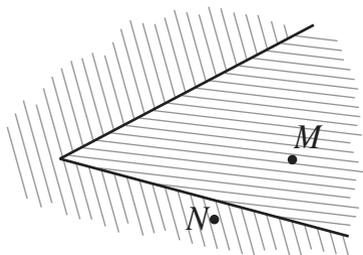
Что знаем? Что узнаем?

Углом называется геометрическая фигура, образованная двумя полупрямыми (**стороны угла**) с общим началом (**вершина угла**).



Обозначаем:
 $\angle AOB$ (или $\angle BOA$, или $\angle O$), $\angle MVN$
 (или $\angle NVM$, или $\angle V$).
 Букву, которой обозначена вершина угла, записывают в середине.

Величина угла показывает, как далеко располагаются друг от друга его стороны. Если точка лежит между сторонами угла, то говорим, что она принадлежит внутренней области этого угла.

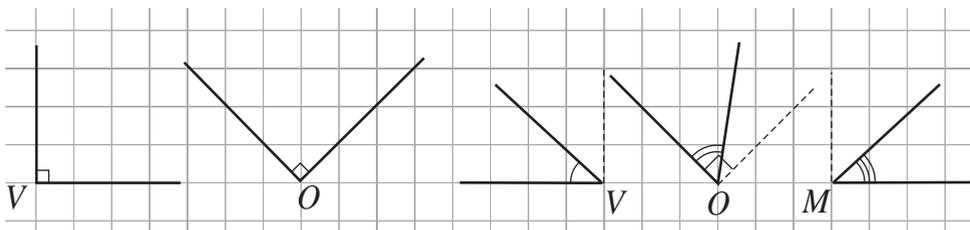


На рисунке точка M принадлежит внутренней области угла, а точка N – внешней области угла.

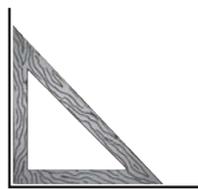
✓ Классификация углов

а) **Прямые углы:**

б) **Острые углы:**



Для построения прямого угла используем угольник или тетрадный лист в клетку.

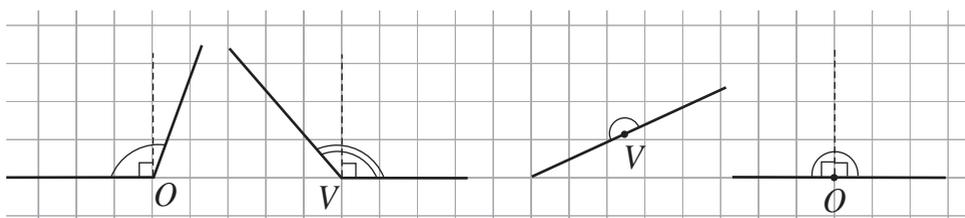


Прямой угол на чертеже обозначается через \square .

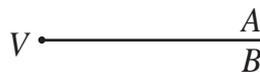
Развернутый угол состоит из двух противоположных полупрямых.

в) Тупые углы:

г) Развернутые углы:



д) Нулевым углом называется угол, стороны которого совпадают: $\angle AVB$ – нулевой угол.



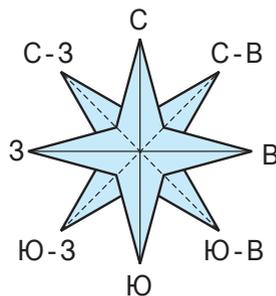
Упражнения и задачи

1. Постройте и обозначьте:

- а) $\angle ABC$; б) $\angle TIK$; в) $\angle U$; г) $\angle V$.

2. Определите виды углов, образованных направлениями розы ветров:

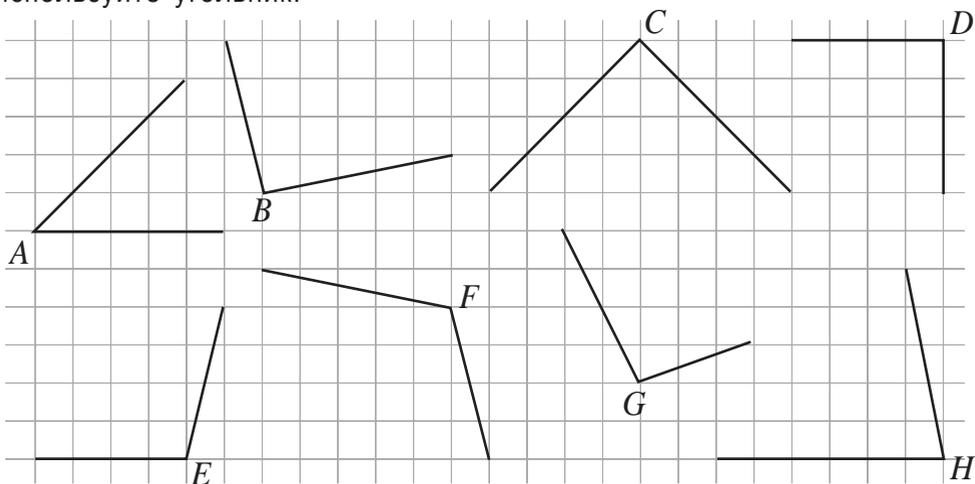
- а) север и запад;
 б) юг и восток;
 в) запад и северо-восток;
 г) юго-запад и юго-восток;
 д) северо-запад и юго-восток;
 е) восток и северо-восток;
 ж) юг и северо-запад;
 з) северо-восток и юго-запад;
 и) юг и юго-восток.



3. Постройте и обозначьте:

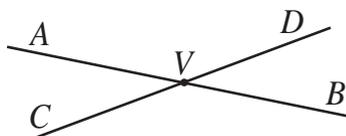
- а) $\angle ABC$ – острый; б) $\angle SUR$ – прямой;
 в) $\angle VAR$ – развернутый; г) $\angle OPT$ – тупой;
 д) $\angle ASC$ – острый; е) $\angle DRE$ – прямой;
 ж) $\angle NUL$ – нулевой.

4. Запишите углы: а) прямые; б) острые; в) тупые; г) развернутые. Используйте угольник.



5. Прямые AB и CD пересекаются в точке V . Определите:

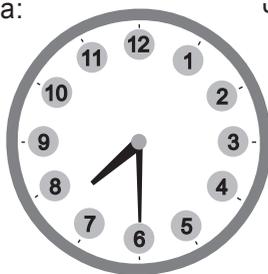
- а) острые углы;
 б) тупые углы;
 в) развернутые углы.



6. Запишите углы из задания 4 в порядке возрастания их величин. Используйте прозрачную бумагу.

7. Угол какого вида описывает минутная стрелка часов за:

- а) 30 минут;
 б) 25 минут;
 в) 20 минут;
 г) 15 минут;
 д) 10 минут;
 е) 5 минут?



8. Угол какого вида описывает часовая стрелка за:

- а) полчаса;
 б) час;
 в) 6 часов;
 г) 3 часа;
 д) 4 часа;
 е) 5 часов?

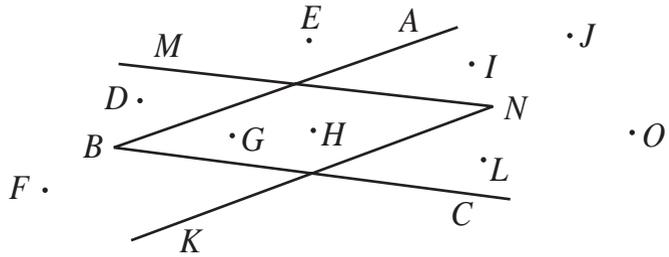
9. Угол какого вида образуют стрелки часов, показывая время:
 а) 15:00; б) 17:00; в) 12:00; г) 18:00; д) 1:00?

10. Выполните рисунок, соответствующий описанной ситуации.

- а) Точка M принадлежит тупому углу ALB .
 б) Точка S не принадлежит острому углу MIC , а точка T принадлежит полупрямой $[IC$.
 в) Точки I и N принадлежат углу ABE и точки B, I, N – коллинеарные.
 г) Углы MAL и CAL – острые.
 д) Угол MAL – тупой, а угол CAL – острый.

11. Какие из точек принадлежат внутренней области угла:

- а) ABC ;
- б) MNK ?

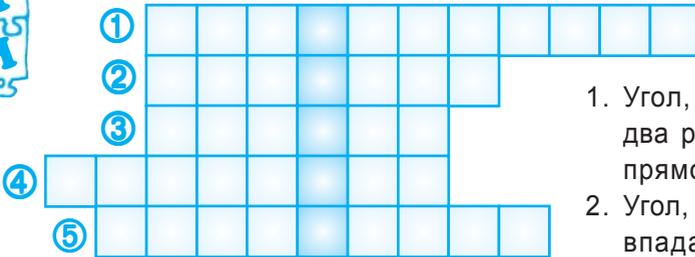


12. Используя тетрадный лист в клетку, постройте и обозначьте:

- а) прямой угол;
- б) угол, величина которого в два раза меньше прямого угла;
- в) угол, величина которого в 1,5 раза больше прямого угла;
- г) два прямых угла с общей вершиной и различными сторонами.



13. Перечертите в тетрадь и решите кроссворд. Отгадайте слово, зашифрованное в закрашенной колонке.

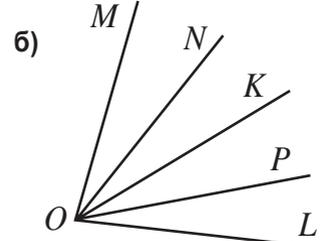
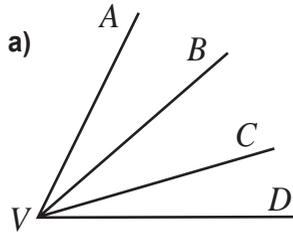


- 1. Угол, величина которого в два раза больше величины прямого угла.
- 2. Угол, стороны которого совпадают.

- 3. Угол, величина которого меньше величины прямого угла, но больше величины нулевого угла.
- 4. Инструмент для построения прямых углов.
- 5. Не вертикальная и не горизонтальная прямая.

14. Сколько углов можно начертить, если даны:

- а) неколлинеарные точки A, B, C ;
- б) точки A, B, C, D , где каждые три – неколлинеарные?



15. Сколько углов изображено на рисунке?



Задача для чемпионов

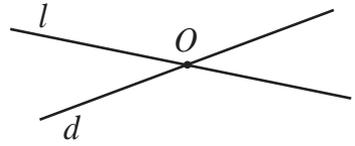
16. Сколько полупрямых надо провести из вершины угла в его внутренней области, чтобы получить: а) 15 углов; б) 21 угол?

§ 3

Взаимное расположение двух прямых

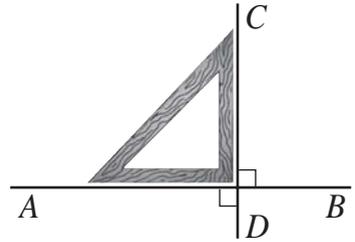
Что знаем? Что узнаем?

✓ Две прямые называются **пересекающимися прямыми**, если у них есть одна общая точка. На рисунке точка O – точка пересечения прямых l и d .



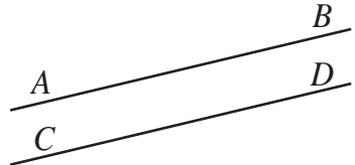
✓ Две пересекающиеся прямые называются **перпендикулярными прямыми**, если при пересечении они образуют прямой угол.

Обозначаем: $AB \perp CD$.



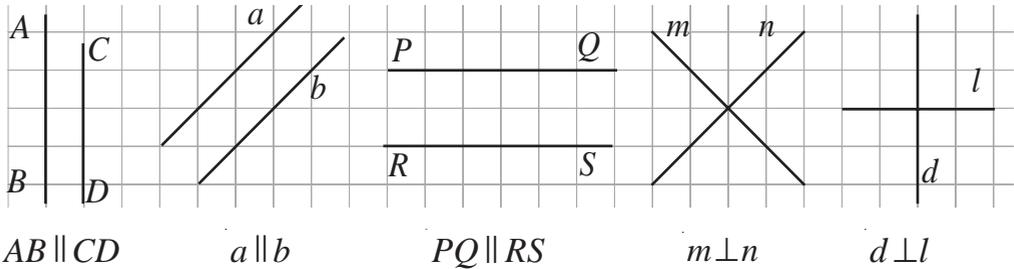
✓ Две прямые, лежащие в одной плоскости, называются **параллельными прямыми**, если они не пересекаются.

Обозначаем: $AB \parallel CD$.

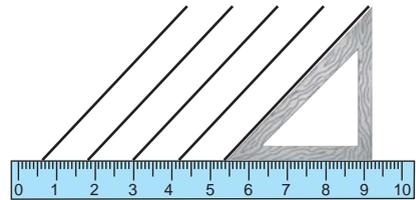
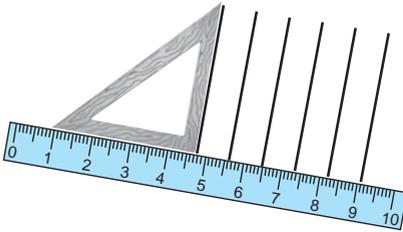


Параллельные или перпендикулярные прямые можно построить:

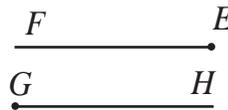
а) используя тетрадный лист в клетку.



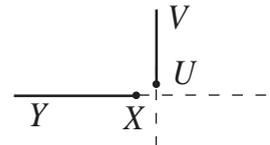
б) с помощью линейки и угольника.



Замечание. Две полупрямые называются **параллельными полупрямыми** (перпендикулярными), если прямые, которые их содержат, параллельны (перпендикулярны).



$[EF \parallel [GH$

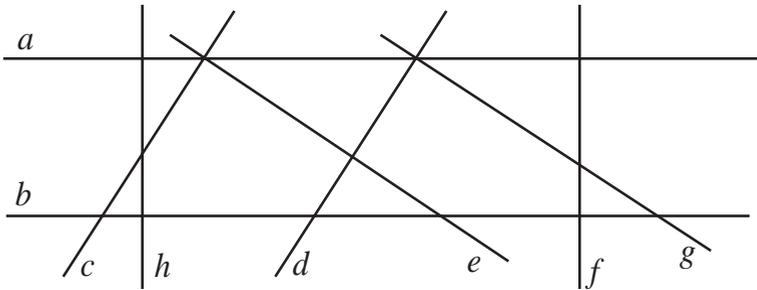


$[XY \perp [UV$

Упражнения и задачи



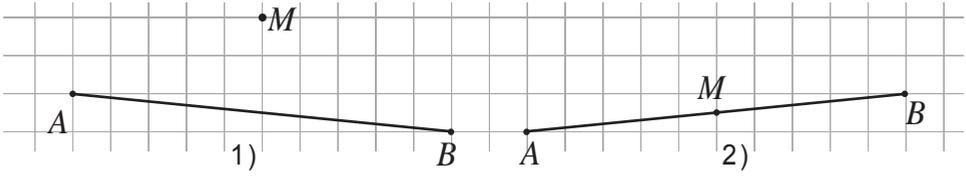
1. Постройте две прямые:
 - а) пересекающиеся в точке M ;
 - б) перпендикулярные;
 - в) параллельные и вертикальные.
2. Определите при помощи линейки и угольника:
 - а) перпендикулярные прямые;
 - б) параллельные прямые.



3. При помощи тетрадного листа в клетку постройте и обозначьте две прямые:
 - а) наклонные и параллельные;
 - б) наклонные и перпендикулярные;
 - в) пересекающиеся, одна из которых вертикальная;
 - г) пересекающиеся, одна из которых горизонтальная.
4. Выполните рисунок, соответствующий каждой описанной ситуации.
 - а) Прямые a и b пересекаются и $AB \parallel b$.
 - б) Прямые a , b и c попарно пересекаются.
 - в) $AB \parallel CD$ и $BD \parallel AC$.
 - г) Прямые a , b и c попарно пересекаются, и точка M принадлежит этим прямым.
 - д) $AB \perp CD$ и точка A принадлежит прямой CD .
 - е) Прямые AB и CD пересекаются, $EF \perp AB$, и точка M принадлежит этим прямым.
 - ж) Полупрямые $[AB$ и $[DC$ не пересекаются и не параллельны.
 - з) $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, $[AB] \equiv [CD]$ и $[BC] \equiv [AD]$.
5. Истинно или Ложно?
 - а) Горизонтальная и вертикальная прямые перпендикулярны.
 - б) Две перпендикулярные прямые являются и пересекающимися.
 - в) Горизонтальная прямая и наклонная прямая не пересекаются.
 - г) Если $a \parallel b$ и $b \parallel c$, то $a \parallel c$.
 - д) Если $a \perp b$ и $b \perp c$, то $a \perp c$.

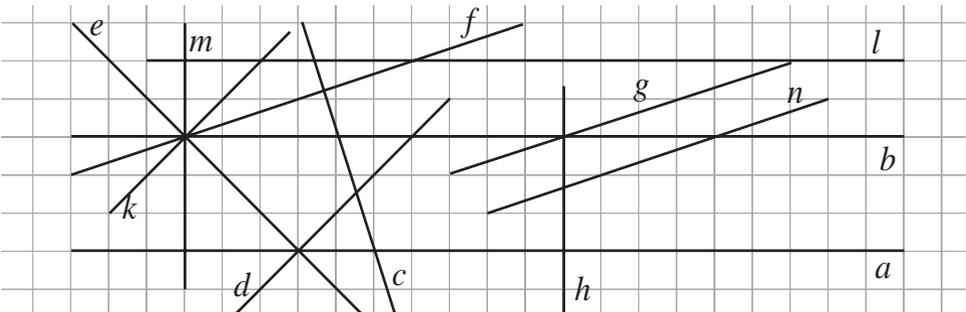


6. Перечертите. Используя линейку и угольник, проведите через точку M :
- прямые, перпендикулярные прямой AB ;
 - прямые, параллельные прямой AB .
- Сделайте вывод.

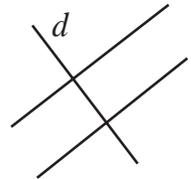


7. Рассмотрите рисунок и запишите прямые:

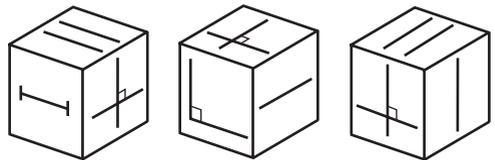
- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| а) параллельные прямой a ; | б) пересекающие прямую b ; |
| в) перпендикулярные прямой l ; | г) перпендикулярные прямой c ; |
| д) пересекающие прямую m ; | е) параллельные прямой g . |



8. Сколько пар параллельных прямых можно провести через 3 неколлинеарные точки?
9. Сколько пар перпендикулярных прямых можно провести через 3 неколлинеарные точки?
10. При пересечении прямой d двумя параллельными прямыми образуется один отрезок. Сколько отрезков образуется, если прямая d пересечет:
- 3 параллельные прямые;
 - 5 параллельных прямых;
 - 10 параллельных прямых?



11. На рисунке представлены три различные позиции кубика. Нарисуйте в тетради геометрическую фигуру, изображенную на противоположной грани с указанными на ней двумя параллельными прямыми.



§ 4 Треугольники и четырехугольники

Что знаем? Что узнаем?

- Даны три неколлинеарные точки A, B, C .

Построим все отрезки, соединяющие эти точки.

Полученная геометрическая фигура называется **треугольником**.

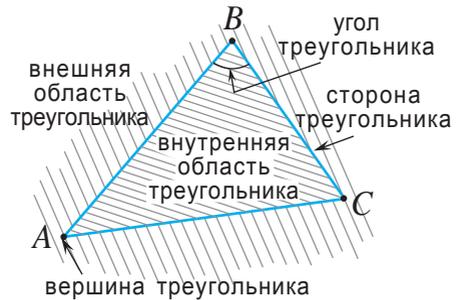
Обозначаем: $\triangle ABC$.

Точки A, B, C называются *вершинами* треугольника, а отрезки AB, AC и BC – *сторонами* треугольника.

Углы A, B, C называются *углами* треугольника.

Часть плоскости, ограниченная треугольником ABC , называется *внутренней областью* треугольника ABC , а оставшаяся часть – *внешней областью* треугольника.

Периметр треугольника равен сумме длин всех его сторон.



Математическое ателье (дополнительный материал)

Постройте с помощью линейки с делениями и циркуля треугольник со сторонами 3 см, 3 см и 4 см.

Решение:

- ① Строим $[AM]$.



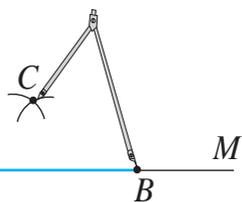
- ② Откладываем циркулем отрезок $[AB]$, равный 4 см.



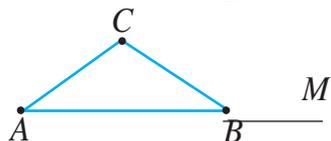
- ③ Фиксируем ножку циркуля в точке A и строим дугу радиуса 3 см.



④ Фиксируем ножку циркуля в точке B и строим дугу радиуса 3 см. Получаем точку C .



⑤ Соединяем точки A, B, C и получаем треугольник ABC со сторонами $AB = 4$ см, $AC = BC = 3$ см.

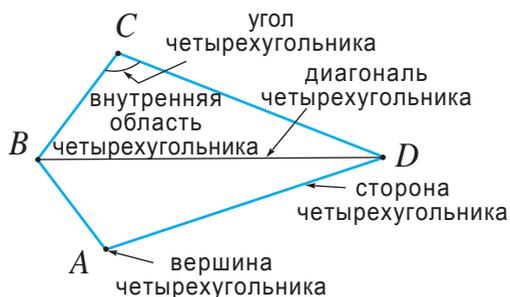


Исследуем и узнаем

• На рисунке изображен **четырёхугольник**, обозначенный $ABCD$.

У четырёхугольника:

- 4 стороны;
- 4 вершины;
- 4 угла;
- 4 пары смежных сторон;
- 2 диагонали;
- 2 пары противоположных сторон.

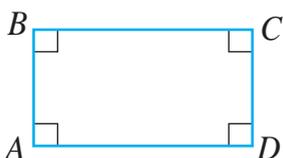
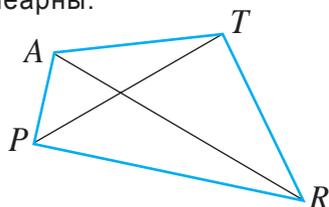


Каждые три вершины четырёхугольника неколлинеарны.

Периметр четырёхугольника равен сумме длин всех его сторон.

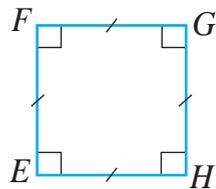


Назовите элементы четырёхугольника $PATR$.



• **Прямоугольник** – это четырёхугольник с прямыми углами. На рисунке слева – прямоугольник $ABCD$. Углы $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ – прямые. Противоположные стороны прямоугольника параллельны и одинаковой длины.

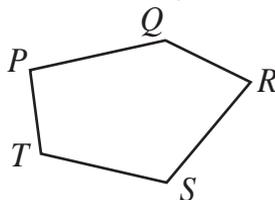
• **Квадрат** – это четырёхугольник с прямыми углами и сторонами одинаковой длины. Другими словами, квадрат – это прямоугольник, длина которого равна ширине. На рисунке справа – квадрат $EFGH$. Стороны EF, FG, GH и EH – конгруэнтны, а углы $\angle E, \angle F, \angle G, \angle H$ – прямые.



У **пятиугольника** 5 сторон.

У **шестиугольника** 6 сторон.

$PQRST$ – это пятиугольник.



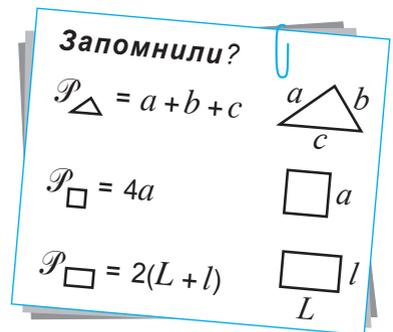
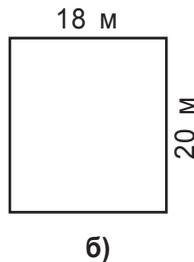
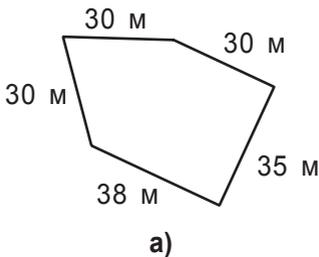
Упражнения и задачи

1. Постройте треугольник и обозначьте его. Назовите:
 а) стороны треугольника; б) углы треугольника; в) вершины треугольника.
2. Выполните рисунок, соответствующий каждой описанной ситуации.
 а) Точка M принадлежит внутренней области треугольника ABC .
 б) У треугольников ABC и MNC стороны AB и MN параллельны.
 в) У треугольников PQS и QRS стороны PQ и RS конгруэнтны, $PQ \parallel RS$.
 г) Точка M принадлежит стороне AB , а точка N – стороне AC треугольника ABC .

3. Вычислите периметр треугольника со сторонами:

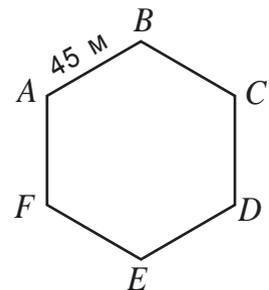
- а) 78,9 см, 69,7 см, 55,5 см;
 б) 119,4 см, 56,7 см, 68,9 см.

4. Найдите периметр фигуры.



5. Беговая дорожка имеет форму шестиугольника со сторонами одинаковой длины. Известно, что спортсмен отправляется из точки A и движется по часовой стрелке. Рассмотрите рисунок и определите, в какой точке он будет находиться, преодолев дистанцию:

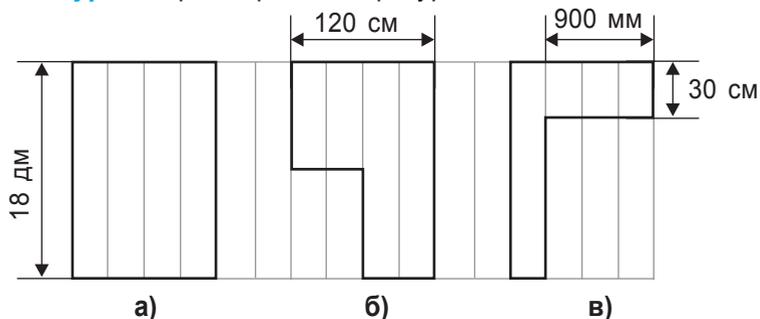
- а) 360 м; б) 810 м; в) 1440 м.



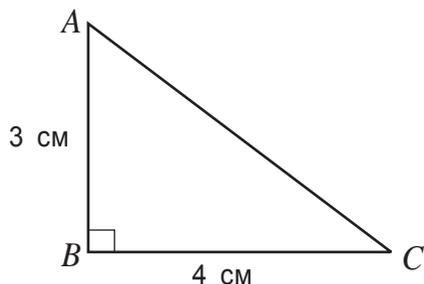
6. Найдите длину стороны квадрата, если его периметр равен:
 а) 20 см; б) 12 дм; в) 5 см 6 мм; г) 3 дм; д) 6 дм 8 см.
7. Периметр прямоугольника равен 6564 см, а одно из его измерений составляет 1238 см. Найдите второе измерение.
8. Забор имеет форму прямоугольника. Какова длина забора, если стороны соответствующего прямоугольника равны:
 а) 7 м и 18 м; б) 9,2 м и $3\frac{1}{2}$ м; в) 10,45 м и 8,8 м?



9. **Конкурс.** Периметр какой фигуры больше?



10. а) Нарисуйте треугольник по заданной схеме. Измерьте AC .
 б) Нарисуйте треугольник по той же схеме, но со сторонами AB и BC в 2 раза длиннее. Измерьте AC .
 Сделайте вывод.



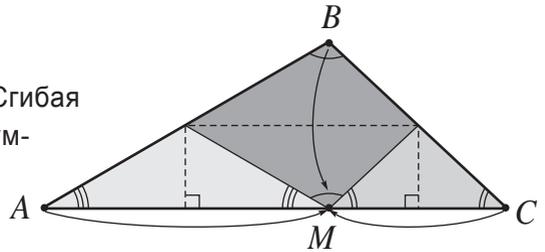
11. Длины сторон треугольника являются последовательными натуральными числами. Найдите длину каждой стороны, если периметр треугольника равен 21 см.
12. Попробуйте построить треугольник со сторонами:
 а) 3 см, 4 см, 7 см; б) 2 см, 2 см, 5 см; в) 4 см, 1 см, 6 см.
 Сделайте вывод и используйте его при решении задач 13–15.
13. Длины двух сторон треугольника равны 5 см и 6 см. Длина третьей стороны равна целому числу сантиметров. Чему может быть равна длина этой стороны?
14. Самая большая сторона треугольника равна 8 см. Длины двух других сторон равны целому числу сантиметров. Чему могут быть равны длины этих сторон?
15. *Истинно или Ложно?*
- а) Существует треугольник со сторонами 2 см, 4 см, 5 см.
 б) Существует треугольник со сторонами $\frac{3}{5}$ м, $\frac{2}{9}$ м, $\frac{4}{7}$ м.
 в) Существует треугольник, длины двух сторон которого составляют соответственно $\frac{3}{10}$ и $\frac{3}{5}$ от длины его третьей стороны.
 г) Существует треугольник, длины двух сторон которого составляют соответственно $\frac{2}{5}$ и $1\frac{3}{5}$ от длины его третьей стороны.



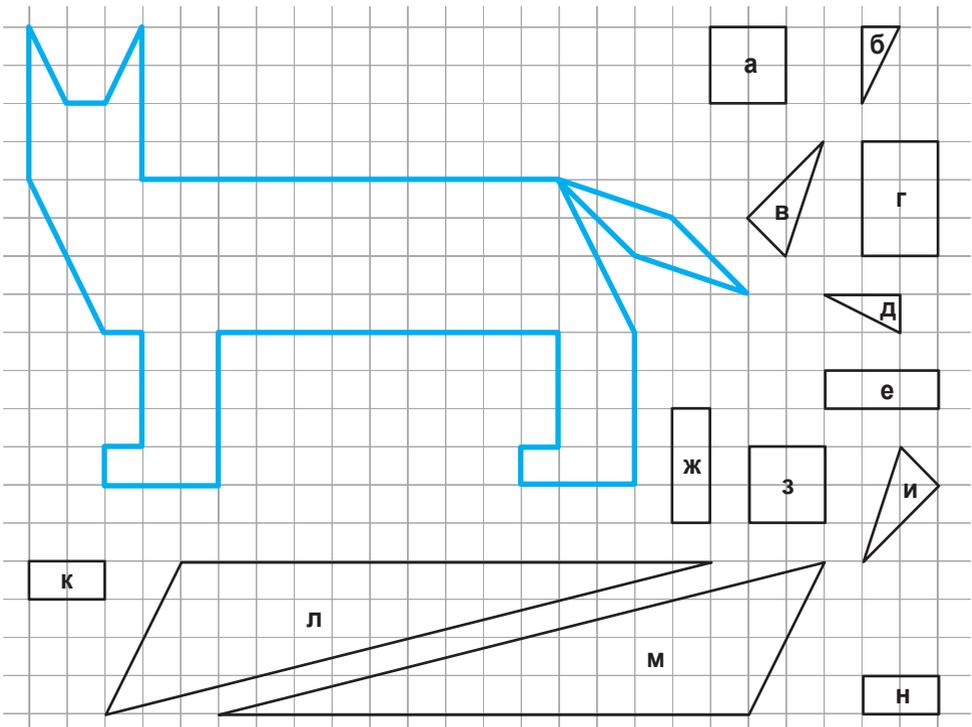
16. Сколько диагоналей можно провести:
а) в четырехугольнике; б) в пятиугольнике; в) в шестиугольнике?
17. Найдите длину стороны квадрата, периметр которого равен:
а) 28 см; б) 10 см; в) 12,4 см.
18. а) Найдите периметр четырехугольника, если суммы длин каждой комбинации 3 сторон равны 41 см, 39 см, 37 см, 33 см.
б) Найдите длины сторон четырехугольника.
19. Разность между длиной и шириной прямоугольника составляет 58 см, а их сумма – 132 см. Найдите длину и ширину прямоугольника.
20. Найдите длину прямоугольника, если:
а) его ширина равна 8 см, а периметр 45 см.
б) его ширина в 2 раза меньше длины, а периметр – 66 см.
21. Длина стороны квадрата на 20 см меньше половины периметра квадрата. Найдите эту длину.
22. Если уменьшить на 7 см длину прямоугольника, то получим квадрат, периметр которого равен 56 см. Чему равен периметр прямоугольника?
23. Если увеличить на 11 см ширину прямоугольника, то получим квадрат, периметр которого равен 112 см. Чему равен периметр прямоугольника?
24. Длина прямоугольника равна 50 см, а его периметр – 160 см. На сколько надо увеличить ширину прямоугольника, чтобы получить прямоугольник, периметр которого равен 174 см?
25. Длина прямоугольника в 4 раза больше его ширины, а его периметр равен 210 см. Найдите стороны прямоугольника.
26. Периметр прямоугольного участка земли равен 240 см, длина равна удвоенной ширине. Вне участка, на одинаковом расстоянии от его сторон, посадили деревья, расстояние между которыми составляет 5 м. Сколько деревьев посажено?
27. Найдите длины сторон прямоугольника, если:
а) длина одной стороны составляет $\frac{2}{3}$ от длины другой стороны, а периметр прямоугольника равен 30 см;
б) длина одной стороны составляет $\frac{2}{5}$ от длины другой стороны, а периметр прямоугольника равен 14 см.

28. Периметр треугольника равен 99 см. Одна сторона на 9 см длиннее другой и в 2 раза длиннее третьей. Найдите длины сторон треугольника.

29. Периметр треугольника равен 60 см. Одна сторона на 8 см длиннее другой, а длина третьей составляет половину суммы длин двух других сторон. Найдите длины сторон треугольника.
30. Периметр треугольника равен 58 см. Найдите длины сторон треугольника, если длины меньших сторон составляют соответственно $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{3}$ от длины большей стороны.
31. Периметр треугольника равен 61 см. Длины двух сторон составляют соответственно $\frac{4}{5}$ и $1\frac{1}{4}$ от длины третьей стороны. Найдите длины сторон треугольника.
32. Рассмотрите рисунок. Сделайте из бумаги треугольник. Сгибая этот треугольник, покажите, что сумма углов треугольника равна величине развернутого угла.



33. Из фигур а–н можно получить рисунок кота. Перечертите рисунок и выделите на нем фигуры а–н. Треугольники раскрасьте красным цветом, прямоугольники – зеленым, а квадраты – синим.



§ 5 Окружность

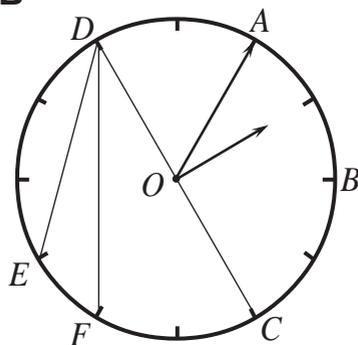
Исследуем и узнаем

• Рассмотрите траекторию, описанную минутной стрелкой часов.

а) Как называется полученная геометрическая фигура?

б) Сравните длины отрезков AO , BO , CO , OD .

в) Чем похожи и чем отличаются отрезки: DC и DE , DC и DF ?



Возьмите на заметку

- **Окружность** – это геометрическая фигура, которая состоит из множества всех точек плоскости, равноудаленных от заданной точки, называемой **центром** окружности.
- Отрезок, соединяющий центр окружности с какой-либо точкой этой окружности, называется **радиусом**.
- Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется **хордой**.
- Отрезок, соединяющий две точки окружности и проходящий через центр окружности, называется **диаметром**. Другими словами, **диаметр** – это хорда, содержащая центр круга.
- Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется **кругом**.



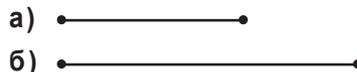
• Зафиксировав ножку циркуля в некоторой точке, сделайте один оборот и постройте окружность.

Чему равен радиус окружности?

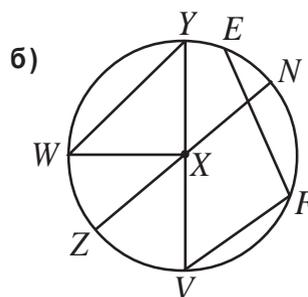
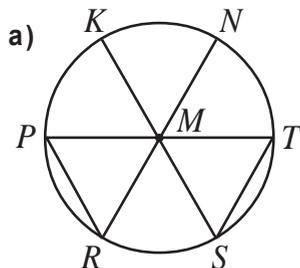


Упражнения и задачи

1. Постройте окружность, радиус которой равен длине отрезка, изображенного на рисунке:



2. Рассмотрите окружность и запишите: центр, радиусы, диаметры, хорды окружности.



3. Постройте окружность, радиус которой равен: а) 4 см; б) 6 см.
4. Постройте окружность, диаметр которой равен: а) 10 см; б) 9 см.
5. Выполните рисунок, соответствующий описанной ситуации:
 - а) Точки B и C принадлежат окружности с центром A .
 - б) Точки E и F принадлежат диаметру AB окружности с центром O .
 - в) PQ и QR – радиусы этой окружности.
 - г) Точка S принадлежит окружности с центром T , а точки S, T, U – коллинеарные.

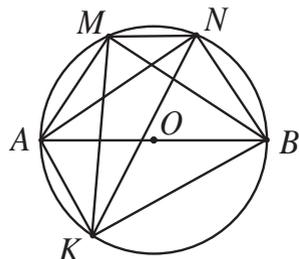


6. Истинно или Ложно?

- а) Если $[FC]$ – диаметр окружности с центром H , то точки F, H, C – коллинеарные.
- б) Если $[AB]$ – диаметр, $[AO]$ – радиус, то $AB = 2 \cdot AO$.
- в) Если $[AB]$ – диаметр и $2 \cdot AO = AB$, то $[AO]$ – радиус.

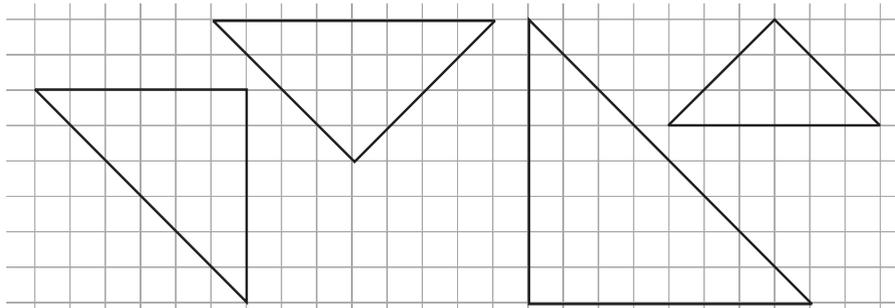


7. На рисунке $[AB]$ – диаметр, а M, N, K – точки окружности. Установите с помощью угольника, какие из углов с вершинами в точках A, B, M, N, K – прямые. Сделайте вывод.



8. Как с помощью карандаша, нитки и иголки можно построить окружность?

9. Перечертите. Приняв во внимание вывод задания 7, постройте окружность так, чтобы вершины изображенных треугольников принадлежали окружности.



10. Какое максимальное количество точек образуется при пересечении:
 - а) 2 различных окружностей;
 - б) 3 различных окружностей;
 - в) 4 различных окружностей?
11. Какое максимальное количество точек образуется при пересечении 50 различных окружностей?
12. Отметьте: а) 5 точек, где каждые три – неколлинеарные; б) 20 точек, где каждые три – неколлинеарные.

§ 6 Геометрические тела

1. Кубоид, куб, пирамида

Что знаем? Что узнаем?

• Рассмотрите рисунки. Форму каких изученных геометрических тел имеют данные предметы?



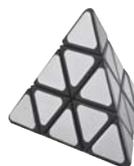
①



②

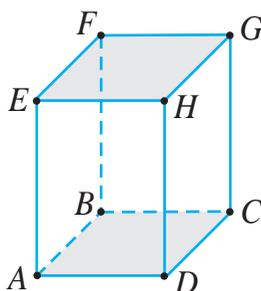
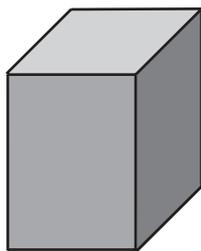


③



④

✓ **Кубоид (прямоугольный параллелепипед)** имеет 8 вершин;  ребер; 6 прямоугольных граней, 2 из которых – основания и  – боковые грани.



 – вершины

 – рёбра

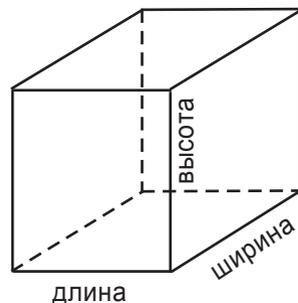
 – основания

$$[AB] \equiv [CD] \equiv [EF] \equiv \text{■},$$

$$[AE] \equiv \text{■} \equiv \text{■} \equiv \text{■},$$

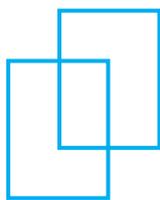
$$[AD] \equiv \text{■} \equiv \text{■} \equiv \text{■}.$$

Из каждой вершины кубоида исходят 3 ребра. Длины этих ребер называются **измерениями** кубоида, а точнее – **длиной**, **шириной** и **высотой** кубоида.

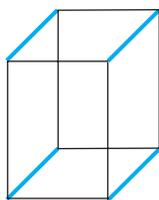


• Как правильно построить кубоид?

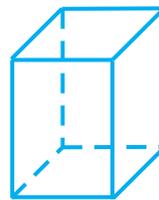
- ① Строим прямоугольник, затем чуть выше и правее строим другой прямоугольник, конгруэнтный первому (см. рисунок).
- ② Соединяем соответствующие вершины этих двух прямоугольников.
- ③ С помощью ластика „разорвем“ невидимые в пространстве ребра.



①

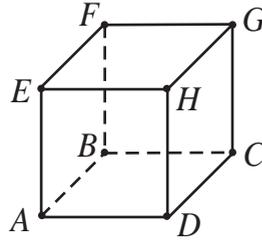
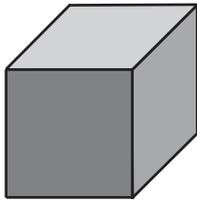


②



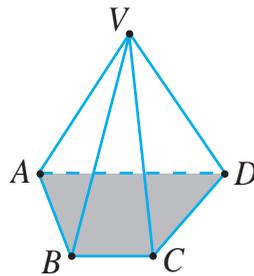
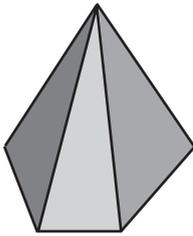
③

✓ **Куб** – это кубоид, у которого все ребра одинаковой длины.



$$[AB] \equiv [BC] \equiv \square \equiv \square$$

✓ Одна из граней **пирамиды** может не иметь формы треугольника. Эта грань называется **основанием** пирамиды.



 – рёбра

 – основание

V – вершина

В основании **треугольной пирамиды** лежит треугольник.

В основании **четырёхугольной пирамиды** – четырёхугольник.

2. Цилиндр, конус, сфера

Что знаем? Что узнаем?

• Рассмотрите рисунки. Форму каких изученных геометрических тел имеют данные предметы?



①



②

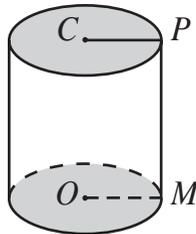
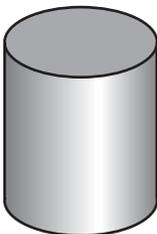


③



④

✓ **Цилиндр** имеет два параллельных одинаковых круга, называемых основаниями цилиндра.

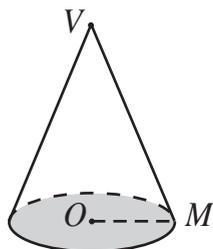
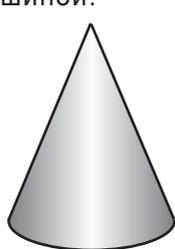


 – основания

$[CP]$, $[OM]$ – радиусы оснований
(C и O – центры оснований)

$[PM]$, где $PM \parallel CO$, образующая

✓ **Конус** образован кругом, который называется **основанием**, точкой (называемой **вершиной**) не принадлежащей плоскости круга, и всеми отрезками, называемыми **образующими**, соединяющими точки основания с вершиной.



■ – основание

$[OM]$ – радиус основания
(точка O – центр основания)

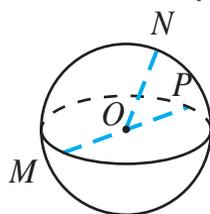
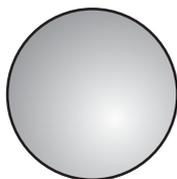
V – вершина

$[VM]$ – образующая

✓ Если на плоскости построить фигуру, образованную всеми точками, находящимися на одинаковом расстоянии от данной точки, то получится окружность.

Строя аналогичным образом в пространстве, мы получаем тело, называемое **сферой**.

Итак, **сфера** образована всеми точками пространства равноудаленными от точки, которая называется **центром**.



$[OM]$, $[ON]$, $[OP]$ – радиусы

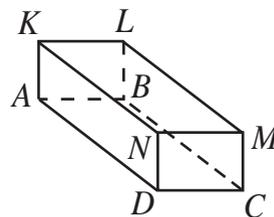
O – центр сферы

Упражнения и задачи



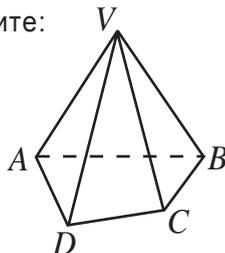
1. Рассмотрите рисунок и назовите:

- все ребра кубоида;
- все вершины кубоида;
- все грани кубоида.



2. Рассмотрите рисунок и назовите:

- основание пирамиды;
- все ребра пирамиды;
- все вершины пирамиды;
- все грани пирамиды.



3. Постройте пирамиду:

- треугольную;
- четырёхугольную;
- пятиугольную.

4. Перепишите и правильно впишите одно из понятий *куб, кубоид, треугольная пирамида, четырехугольная пирамида, цилиндр, конус, сфера*.

- а) имеет 6 квадратных граней;
- б) имеет 4 треугольные грани;
- в) имеет 8 ребер и 5 вершин;
- г) имеет только одну вершину;
- д) не имеет вершин;
- е) имеет основания – не многоугольники;
- ж) не имеет ни одного основания.

5. Найдите сумму длин всех ребер кубоида с измерениями:

- а) 3 см, 4 см, 5 см;
- б) 4 см, $2\frac{1}{3}$ см, $6\frac{2}{3}$ см.

6. Сколько проволоки нам понадобится, чтобы построить каркас куба с гранью:

- а) 4 см;
- б) 1,4 см?

7. Вычислите площадь всех граней кубоида, измерения которого равны:

- а) 4 см; 6,5 см; 8 см;
- б) 5 см; 7,2 см; 10 см?

8. *Истинно или Ложно?*

- а) Любой куб является кубоидом.
- б) Любой кубоид является кубом.
- в) Две грани кубоида могут иметь только одно общее ребро.
- г) Три грани кубоида могут иметь только одно общее ребро.



9. Длина кабинета математики 10 м, ширина 5 м и высота 2,85 м. Во время ремонта верхние и вертикальные края заклеили клейкой лентой. Сколько метров ленты было использовано?



10. Найдите длину ребра куба, если периметр его основания равен:

- а) 16 см;
- б) 28 см;
- в) 36 см.

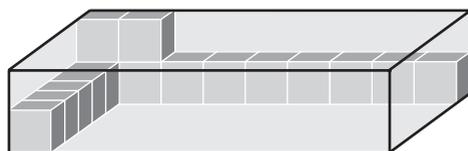
11. Сколько вершин, ребер и граней:

- а) у треугольной пирамиды;
- б) у четырехугольной пирамиды?

12. Сколько кубов с ребром 2 см необходимо для того, чтобы построить куб с ребром:

- а) 4 см;
- б) 8 см;
- в) 10 см?

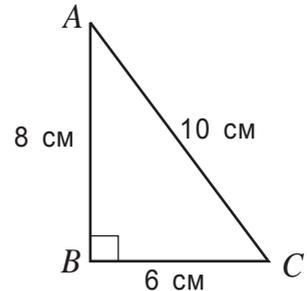
13. Сколько кубиков поместится в коробку, изображенную на рисунке?



14. Найдите длину ребра куба, если он построен из:
- 8 одинаковых кубиков, ребра которых равны 4 см;
 - 125 кубиков, ребра которых равны 1 см.
15. Найдите сумму длин ребер треугольной пирамиды, зная, что периметр одной грани равен 16 см и все ребра пирамиды одинаковой длины.
16. Периметр одной из граней куба равен 24 см. Найдите:
- длину ребра куба;
 - из скольких одинаковых кубиков с ребром 3 см можно построить данный куб.

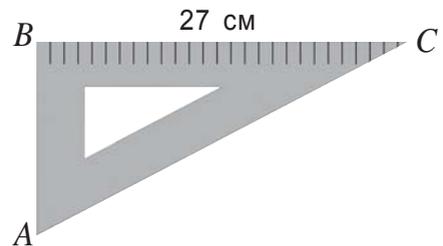
17. Если „вращать“ прямоугольник со сторонами 10 см и 8 см вокруг большей стороны, мы получим цилиндр. Найдите:
- длину образующей цилиндра;
 - диаметр основания цилиндра.
18. Периметр основания кубоида – 10 см, ширина на 3 см меньше длины, а высота в 3 раза больше ширины. Найдите высоту кубоида.

19. Если изображенный треугольник „вращать“ вокруг стороны AB , получим конус. Найдите радиус основания и длину образующей конуса.



20. При „вращении“ прямоугольника вокруг одной стороны получился цилиндр с образующей 12 см и диаметром основания 10 см. Найдите периметр прямоугольника.
21. Сколько проволоки нам понадобится, чтобы сформировать треугольную пирамиду с ребрами одинаковой длины и периметром основания 24 см?

22. Если изображенный угольник „вращать“ вокруг стороны с обозначениями, получим конус с диаметром основания в 2 раза меньше образующего. Найдите радиус основания цилиндра, зная, что сумма всех трех измерений угольника равна 87 см.



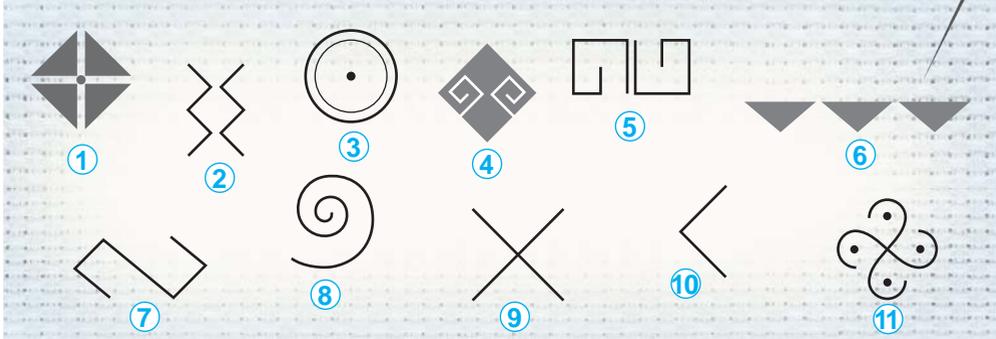
Задания для осмысления



1. Какая геометрическая фигура является самой простой?
2. Какие точки называются коллинеарными?
3. Что такое полупрямая? Какие полупрямые называются противоположными полупрямыми?
4. Для чего нужна линейка с делениями? Угольник? Циркуль?
5. Как можно определить вид угла (острый, прямой, тупой)?
6. Назовите элементы угла.
7. Какие прямые называются пересекающимися? Параллельными? Перпендикулярными?
8. Объясните, как можно построить параллельные прямые с помощью линейки и угольника. А с помощью тетрадного листа в клетку?
9. Что такое треугольник? Назовите его элементы.
10. Что такое четырехугольник? Назовите его элементы.
11. Сколько сторон у пятиугольника? У шестиугольника?
12. Как называется четырехугольник, у которого все углы прямые? А четырехугольник, у которого все углы прямые и все стороны одинаковой длины?
13. Что значит найти периметр четырехугольника?
14. Что такое окружность и как ее можно построить?
15. Назовите элементы окружности.
16. Чем отличается окружность от круга?
17. Что такое куб? А кубоид?
18. В чем разница между кубоидом и кубом?
19. Назовите элементы пирамиды.
20. Где вы встречали пирамиды?
21. Что означает образующая цилиндра? А образующая конуса?
22. Что такое сфера? Приведите примеры объектов, имеющих форму сферы.
23. Где вы встречали цилиндры, конусы, сферы? Приведите примеры объектов, имеющих формы этих геометрических тел.

Упражнения и задачи для повторения

1. Обратите внимание на элементы, вышитые на народных костюмах. Какие геометрические фигуры вы узнали в них?



2. Выполните рисунок, соответствующий описанной ситуации.
- Точка A принадлежит прямой a и не принадлежит прямой b , которая пересекает прямую a в точке B .
 - Периметр четырехугольника $ABCD$ равен 12 см.
 - Углы треугольника ABC – острые, а его вершины принадлежат одной и той же окружности.
3. Постройте прямоугольник, длина которого в полтора раза больше его ширины, равной 6 см. Найдите периметр построенного прямоугольника.
4.  **Практическое занятие.** С помощью пластилина и палочек можно смоделировать геометрические тела. Сколько палочек понадобится для моделирования:
- куба;
 - кубоида;
 - треугольной пирамиды;
 - четырёхугольной пирамиды?
5. Сколько маленьких кубиков с ребром 1 см понадобится для построения большого куба с ребром:
- 3 см;
 - 6 см?
6. Найдите длину стороны квадрата, если его периметр равен:
- 72 см;
 - 96 см;
 - 124 см.

7. Аня покрасила 10 м забора и использовала 2 кг краски. Забор имеет форму прямоугольника длиной 16 м и шириной 2,75 м. Сколько краски нужно, чтобы покрасить остальную часть забора?
8. Прямоугольник состоит из 5 одинаковых квадратов. Найдите периметр прямоугольника, зная, что периметр одного квадрата равен 28 см.

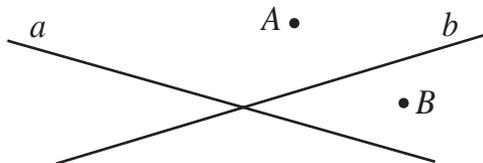
9. Миша измерил своим шагом сторону участка земли, имеющего форму квадрата, и насчитал 93 шага. Какова длина забора, окружающего участок, если Миша, сделав 3 шага, прошел ровно 2 м?
10. Измерения прямоугольника, выраженные в сантиметрах, представлены натуральными числами. Найдите эти измерения, если периметр прямоугольника равен 14 см. Сколько решений имеет задача?



11. Мария нарисовала план квартиры своей семьи (см. рисунок). По верхним краям каждой комнаты была приклеена декоративная лента. Сколько метров ленты было использовано?



12. Перечертите рисунок. Отметьте точку C на прямой a , точку D на прямой b так, чтобы точки A, B, C, D были коллинеарны.



13. Периметр треугольника – 102 см. Одна сторона на 8 см короче другой и ее длина на 2 см больше удвоенной длины третьей стороны. Найдите длины сторон треугольника.
14. Периметр четырехугольника – 104 см. Длина первой стороны на 12 см больше длины третьей стороны, которая на 10 см больше длины второй стороны. Длина четвертой стороны на 10 см больше длины первой стороны. Найдите длины сторон четырехугольника.
15. Периметр четырехугольника – 181 см. Если длину первой стороны уменьшить в 4 раза, длину второй уменьшить на 29 см, а длину третьей поделить пополам, то длины этих сторон будут равны длине четвертой стороны. Найдите длины сторон четырехугольника.

16. Периметр четырехугольника – 637 см. Если длину одной стороны уменьшить на $\frac{1}{13}$, длину второй – на $\frac{3}{13}$, длину третьей – на $\frac{3}{13}$, а длину четвертой – на $\frac{5}{13}$, то длины всех сторон будут равны. Найдите длины сторон четырехугольника.
17. Периметр прямоугольника – 208 см. Если поделить длину прямоугольника на его ширину, то получим частное 3 и остаток 16. Чему равны длина и ширина прямоугольника?
18. Фермер измерил свой земельный участок прямоугольной формой и получил 96 шагов в длину и 84 шага в ширину. Чему равен периметр участка, если:
- а) 6 шагов соответствуют 4 м; б) 8 шагов соответствуют 6 м?
19. Периметр прямоугольника – 184 см. Найдите измерения прямоугольника, зная, что если увеличим на 2 см половину его ширины, то получим четверть длины.



20. Из 12 спичек постройте 6 квадратов.



Задачи для чемпионов

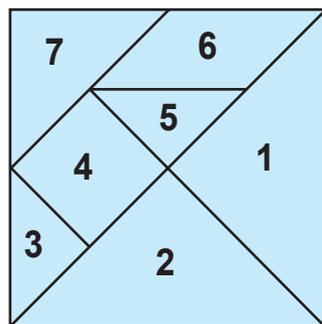
21. Пусть x , y и z – длины сторон треугольника.

Найдите эти длины, если:

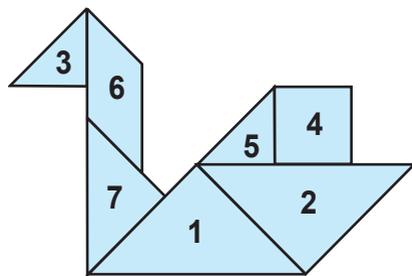
$$2x + y + z = 71 \text{ см}, \quad x + 2y + z = 72 \text{ см}, \quad x + y + 2z = 73 \text{ см}.$$

22. Длины сторон треугольника представлены последовательными натуральными числами. Найдите эти длины, если периметр треугольника на 1 м больше длины одной из сторон.
23. Сумма длин двух сторон треугольника одинаковой длины составляет $\frac{7}{10}$ от периметра треугольника и на 48 см больше длины третьей стороны. Найдите длины сторон треугольника.

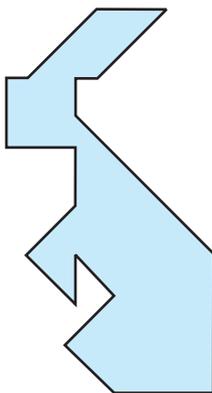
24. **Танграм** – древняя китайская головоломка. Она основана на 7 геометрических фигурах, называемых **танами**: 5 треугольников (два больших, два маленьких и один средний), один квадрат, один параллелограмм (четыреугольник с двумя парами параллельных сторон) – все вырезаны из одного квадрата (см. рисунок).



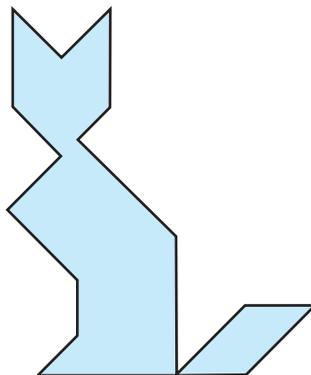
Правило игры простое: используются все 7 фигур (танов) для создания других фигурок (см. рисунок).



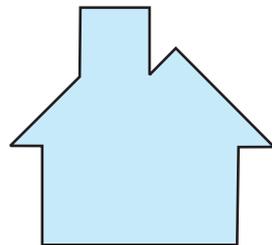
Вырежьте из картона 7 танов и сформируйте следующие фигурки:



а)



б)



в)

25.  Работаем в группах по 4 ученика. **Секретное сообщение.**

Кодирование использовалось с древних времен из-за необходимости передавать секретные сообщения и эффективно общаться так, чтобы противник не смог прочесть содержание сообщения. Наука, которая занимается методами кодирования/декодирования, называется *криптографией*.

Пример кодирования

Код: каждой букве ставим в соответствии число.

А → 0, Б → 1, ..., Х → 22 и т. д.

А Б В Г Д Е Ё Ж З Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я



Следовательно, слово МОРЕ кодируется следующим образом: 13-15-17-5.

① Расшифруйте сообщения:

а) 1-20-4-29 3-15-19-15-2!

б) 15-14 2-28-22-15-4-9-19.

в) 15-14 2-15-15-17-20-7-5-14! г) 15-19-2-5-19-29 18-5-10-24-0-18!

② Напишите секретное сообщение, используя данный код.

③ Создайте код (метод кодирования), затем напишите и отправьте зашифрованное сообщение и код другим группам. Они должны расшифровать ваше сообщение.

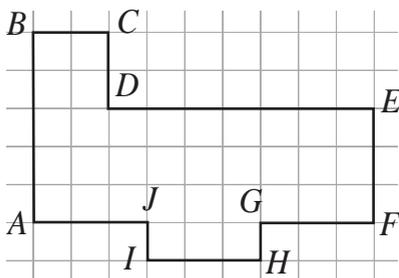


Итоговый тест

Время выполнения
работы: 45 минут

I вариант

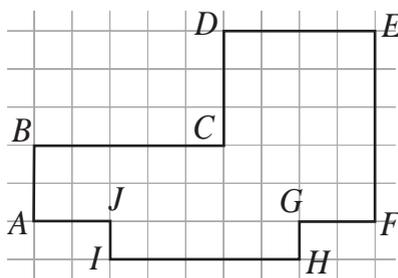
1. Выполните рисунок, соответствующий описанной ситуации. Точки A, B принадлежат острому углу UNG и $AN = BN$.
2. Постройте:
 - а) прямоугольник со сторонами 3 см и 5 см;
 - б) окружность диаметром 10 см.
3. Найдите периметр фигуры $ABCDEF$.



4. Стороны прямоугольника $ABCD$ равны 9,4 см и 5,5 см.
 - а) Найдите периметр прямоугольника.
 - б) На сколько надо увеличить его длину, чтобы получить прямоугольник с периметром в 2 раза больше?
5. Длина кубоида в 2 раза больше его ширины и в 3 раза меньше его высоты. Найдите сумму длин ребер кубоида, зная, что сумма трех его измерений равна 72 см. Решите задачу двумя способами.
6. Чтобы сформировать четырехугольную пирамиду со всеми ребрами одинаковой длины, использовали кусок проволоки, из которого можно сделать прямоугольник со сторонами 16 см и 8 см. Найдите длину ребра пирамиды.

II вариант

1. Выполните рисунок, соответствующий описанной ситуации. Прямые AB и BD пересекаются, угол ABD – острый и $AB \parallel CD$.
2. Постройте:
 - а) прямоугольник со сторонами 4 см и 6 см;
 - б) окружность радиуса 4 см.
3. Найдите периметр фигуры $ABCDEF$.



4. Стороны прямоугольника $MNKP$ равны 6,4 см и 10,5 см.
 - а) Найдите периметр прямоугольника.
 - б) На сколько надо уменьшить его ширину, чтобы получить прямоугольник с периметром в 2 раза меньше?
5. Длина кубоида в 2 раза больше каждого из двух его других измерений. Найдите произведение длин ребер кубоида, зная, что сумма трех его измерений равна 60 см. Решите задачу двумя способами.
6. Чтобы сформировать четырехугольную пирамиду со всеми ребрами одинаковой длины, использовали кусок проволоки, из которого можно сделать квадрат со стороной 18 см. Найдите длину ребра пирамиды.

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	36–35	34–31	30–27	26–21	20–16	15–12	11–8	7–5	4–3	2–0

7

Единицы измерения

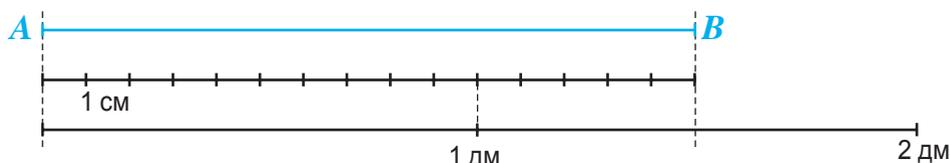
§ 1 Единицы измерения длины

Что знаем? Что узнаем?

• Измерение длины, ширины, высоты, расстояния предполагает измерение длины отрезка. **Измерить длину отрезка** – означает узнать, сколько раз он содержит другой отрезок, принятый за единицу измерения. Полученное в результате число составляет **длину отрезка** в соответствующих единицах измерения.



В зависимости от принятой единицы измерения, длина отрезка может быть выражена натуральным числом, десятичной или обыкновенной дробью.



Длина отрезка AB составляет:

$$15 \cdot 1 \text{ см} = 15 \text{ см (единица измерения – 1 см);}$$

$$1,5 \cdot 1 \text{ дм} = 1,5 \text{ дм (единица измерения – 1 дм).}$$

• В настоящее время в большинстве государств мира за основную стандартную единицу измерения длины принят **метр**. Используют и другие стандартные единицы, названия которых образуются с помощью приставок:

милли –
в 1 000 раз
меньше

санти –
в 100 раз
меньше

деци –
в 10 раз
меньше

кило –
в 1 000 раз
больше

Миллиметр

$$1 \text{ мм} = 0,001 \text{ м}$$

Сантиметр

$$1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$$

Дециметр

$$1 \text{ дм} = 0,1 \text{ м}$$

Метр

$$1 \text{ м}$$

Километр

$$1 \text{ км} = 1 000 \text{ м}$$

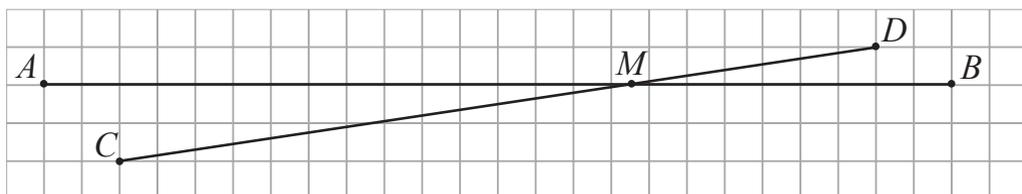
- Для удобства измерения длин люди изобрели различные *инструменты измерения*.



Сколько бы усовершенствованным ни был инструмент, он все же измеряет с определенной погрешностью. Поэтому любое измерение предполагает приближение, которое может быть выполнено округлением до какого-либо разряда (по недостатку или с избытком).

Упражнения и задачи

1. **Практическая работа.** Измерьте линейкой каждый отрезок, взяв за единицу измерения: сантиметр, миллиметр, дециметр.



- а) Сравните: $AM + MB$ и AB ; $CM + MD$ и CD . Что вы подметили?
- б) Выполните рисунок в тетрадях.
 Постройте точку N так, чтобы: $N \in [AB]$; $AB = 3 \cdot AN$. Найдите длины отрезков AN и NB .
 Постройте точку O так, чтобы: $O \in [CD]$; $OC = 0,5 \cdot CD$. Найдите длины отрезков OC , OM и OD .
- в) Дополните рисунок так, чтобы получить треугольник. Найдите периметр треугольника и выразите его в различных единицах измерения.
2. Дополните отсутствующими числами.

а) 1 км = м = дм = см = мм
 км = 1 м = дм = см = мм

б) 1 мм = см = дм = м
 мм = 1 см = дм = м
 мм = см = 1 дм = м
 мм = см = дм = 1 м

3. Выразите в метрах и расположите в порядке возрастания высоты известных горных массивов:

- Кибо (Танзания) – 5,895 км;
- Эверест (Непал и Китай) – 8,85 км;
- Эльбрус (Россия) – 5,642 км;
- Монблан (Франция) – 4,808 км.

Образец:

$$2,345 \text{ км} = 2,345 \cdot 1\,000 \text{ м} = 2\,345 \text{ м.}$$

4. Прочитайте названия некоторых крупнейших рек на Земле, расположенных в порядке убывания длин:

Нил (Африка); Амазонка (Южная Америка); Миссисипи (Северная Америка); Енисей (Азия); Волга (Европа); Дунай (Европа).

Выразите в километрах и определите длину каждой из этих рек:

6 019 000 м;

4 102 000 м;

6 695 000 м;

6 516 000 м;

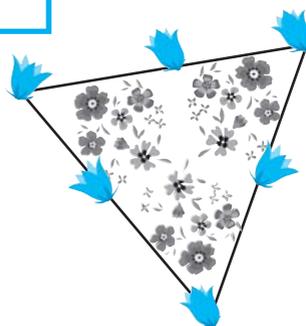
2 860 000 м;

3 690 000 м.

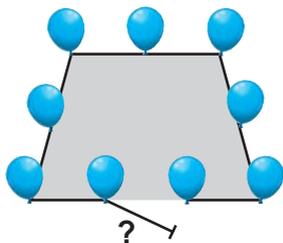
Образец:

$$2\,345 \text{ м} = 2\,345 \cdot 0,001 \text{ км} = 2,345 \text{ км}$$

5. Клумба имеет форму треугольника с периметром 7,5 м. По краям клумбы, на равных расстояниях, высажены тюльпаны. Рассмотрите рисунок и найдите расстояние между двумя последовательно высаженными тюльпанами. Выразите результат в различных единицах длины.



6.



Песочница имеет форму четырехугольника с периметром 9 м. На заборе, которым обнесена песочница, на равных расстояниях закреплены воздушные шары. Рассмотрите рисунок и найдите ширину калитки.

7. Дополните таблицу соответствующими единицами измерения.

На сколько сантиметров в среднем вырастают мальчики до 14 лет? А девочки?



Задайте одноклассникам другие вопросы по таблице.

Возраст	Средний рост	
	девочки	мальчики
при рождении	5 ★	52 ★
6 лет	110 ★	11,5 ★
12 лет	1,35 ★	1400 ★
14 лет	1620 ★	16,3 ★

8. Преобразуйте:

а) в метры:	15 000 см;	240 дм;	5 000 мм;	30,2 км;
	380 см;	98 дм;	2 070 мм;	5,04 км;
	24 см;	7,3 дм;	810 мм;	0,15 км;

б) в сантиметры:	40 200 мм;	120 дм;	18,75 м;
	2 530 мм;	47,5 дм;	201 м;
	64 мм;	3,9 дм;	0,75 м;

в) в миллиметры:	3 200 см;	26 м;
	15,5 см;	3,2 м;
	0,28 см;	0,15 м.



Работайте в парах! Проведите взаимопроверку. Проанализируйте допущенные ошибки и доложите классу об исправлениях. Приведите примеры жизненных ситуаций, в которых необходимо выполнить преобразования единиц измерения длины.

9. Телефонный провод между двумя населенными пунктами проложен по прямой линии и закреплен на столбах, расставленных через каждые 50 м. Сколько столбов, если длина провода 10 км?

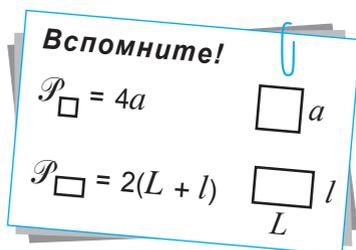
10. Вычислите в метрах:

а) периметр квадрата со стороной:

30 мм; 15 см; 2,5 дм; 70,4 м; 0,02 км;

б) длину стороны квадрата, периметр которого равен:

100 000 мм; 300 дм; 0,24 км.



11. Вычислите в подходящих единицах измерения:

а) периметр прямоугольника, зная его длину и ширину:

3,4 дм и 45 см; 86 мм и 0,5 см;

б) ширину прямоугольника, периметр которого 1 м, а длина 33 см;

в) длину прямоугольника, периметр которого 1 км, а ширина 100 м.

12. У Димы было 3 куска веревки одинаковой длины. Он связал их последовательно, получив веревку длиной в 2,75 м. Зная, что на каждом узле было потеряно по 5 см, найдите длину каждого из трех кусков веревки, которые были у Димы изначально. Выразите результат в различных единицах измерения длины.

13. Длина прямоугольного участка земли составляет 60 м, а ширина – 45 м. Сколько досок шириной в 1 дм необходимо, чтобы оградить участок забором, если известно, что планируемая ширина ворот – 3 м?

§ 2 Единицы измерения площади

Что знаем? Что узнаем?

• Проведите ладонью по поверхности обложки учебника, страницы тетради, парты, ручки. Какие из этих поверхностей являются плоскими фигурами? Укажите другие плоские поверхности в окружающем вас пространстве.

Приведите примеры жизненных ситуаций, когда необходимо измерить плоские поверхности.

• **Измерение поверхности плоской фигуры** в большинстве случаев состоит в разбиении фигуры на квадраты со стороной в одну единицу измерения длины. Такой квадрат является квадратной единицей и называется по соответствующей единице измерения длины. Например:

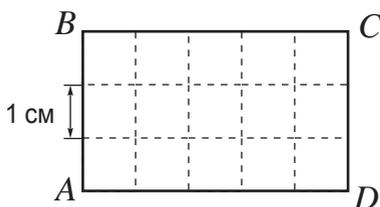
- **квадратный сантиметр** (1 см^2) – это квадрат со стороной в 1 см;
- **квадратный метр** (1 м^2) – это квадрат со стороной в 1 м.

Число квадратных единиц, содержащихся в разбиении поверхности фигуры, выражает **площадь фигуры** (\mathcal{A}) в соответствующих единицах измерения. В зависимости от принятой единицы измерения площадь фигуры может быть выражена натуральным числом, десятичной или обыкновенной дробью.

- Основной стандартной единицей измерения площади является **квадратный метр** (м^2).

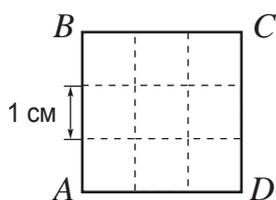


Рассмотрите рисунки и поясните вычисление площади.



3 ряда по 5 квадратов,
площадь в 1 см^2 .

$$\mathcal{A} = 3 \times 5 = 15 (\text{см}^2)$$



3 ряда по 3 квадрата,
площадь в 1 см^2 .

$$\mathcal{A} = 3 \times 3 = 9 (\text{см}^2)$$



Площадь прямоугольника равна произведению его длины и ширины.

$$\mathcal{A}_{\square} = L \cdot l$$

Площадь квадрата равна квадрату длины его стороны.

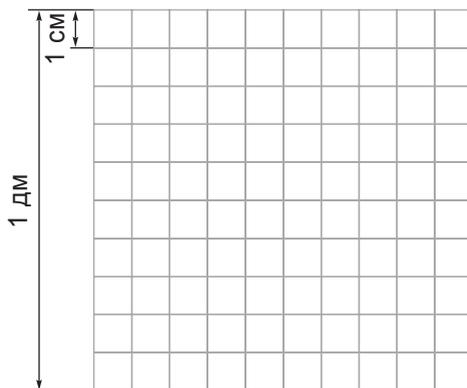
$$\mathcal{A}_{\square} = a^2.$$



Рассмотрите рисунок. Представьте себе квадрат площадью в 1 дм^2 (значит, со стороной в 1 дм) и его разбиение на квадраты площадью в 1 см^2 .

Рассмотрите рисунок и ответьте на вопросы.

- Сколько квадратных сантиметров в каждом ряду?
- Сколько всего рядов?
- Сколько квадратных сантиметров содержится в одном квадратном дециметре?



Поступите аналогичным образом и найдите, сколько квадратных сантиметров содержится в одном квадратном метре.

Для этого представьте себе квадрат площадью в 1 м^2 (значит, со стороной в 1 м) и его разбиение на квадраты площадью в 1 см^2 .



Работайте в парах! Найдите аналогичным образом, сколько квадратных метров содержится в одном квадратном километре.

Возьмите на заметку

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

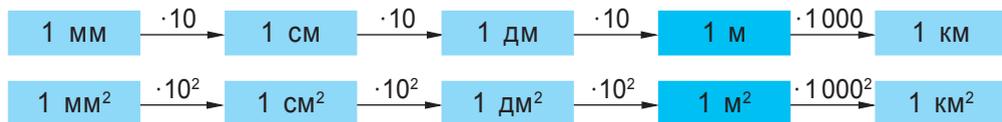
$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$1 \text{ м}^2 = 100^2 \text{ см}^2 = 10\,000 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ дм}^2 = 10^2 \text{ см}^2 = 100 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ км} = 1\,000 \text{ м}$$

$$1 \text{ км}^2 = 1\,000^2 \text{ м}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2$$



- Для измерения поверхностей земельных участков применяют земельные меры:

ар (ар)

$$1 \text{ ар} = 100 \text{ м}^2;$$

гектар (га)

$$1 \text{ га} = 100 \text{ ар}.$$



Работайте в парах! Поясните соотношения:

$$1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2 = 0,01 \text{ км}^2; \quad 1 \text{ км}^2 = 100 \text{ га} = 10\,000 \text{ ар}.$$

Упражнения и задачи

1. **Практическая работа.** Нарисуйте на клетках тетради:

три квадрата со сторонами соответственно: 1 см ; 3 см ; $0,5 \text{ см}$;

два прямоугольника с размерами соответственно: 2 см и 1 см ; $1,5 \text{ см}$ и $0,5 \text{ см}$.

Вычислите площадь каждой из этих фигур в квадратных сантиметрах.

Поясните, как применили соответствующие формулы.

2.  **Работайте в парах!** Нарисуйте в тетрадях квадрат и прямоугольник: каждый площадью 16 см^2 . Какова длина и какова ширина полученного прямоугольника? Существует ли другой прямоугольник с такой же площадью?

3. Выразите в квадратных километрах и расположите в порядке возрастания площади следующих европейских государств:

- Украина: $576\,683\,000\,000 \text{ м}^2$;
- Румыния: $238\,397\,000\,000 \text{ м}^2$;
- Республика Молдова: $33\,846\,000\,000 \text{ м}^2$;
- Монако: $202\,000\,000 \text{ дм}^2$;
- Ватикан: $44\,000\,000 \text{ дм}^2$;
- Бельгия: $30\,528\,000\,000 \text{ м}^2$.

4. Выразите в гектарах и расположите в порядке убывания площади следующих научных заповедников в Республике Молдова:

- Кодры – $517\,700 \text{ ар}$;
- Плаюл Фагулуй – $564\,200 \text{ ар}$;
- Ягорлык – $8\,770\,000 \text{ м}^2$;
- Прутул де Жос – $16\,910\,000 \text{ м}^2$;
- Пэдуря Домняскэ – $57,362 \text{ км}^2$.



5. Найдите числовое значение каждой буквы и расшифруйте название самого большого на Земле острова, простирающегося на $2\,130\,800 \text{ км}^2$.

$0,025 \text{ км}^2 = \boxed{\text{Е}} \text{ м}^2$	$25 \text{ м}^2 = \boxed{\text{Г}} \text{ см}^2$	$0,25 \text{ ар} = \boxed{\text{Н}} \text{ м}^2$
$25\,000 \text{ га} = \boxed{\text{Р}} \text{ км}^2$	$25\,000 \text{ м}^2 = \boxed{\text{Д}} \text{ км}^2$	$2\,500 \text{ см}^2 = \boxed{\text{А}} \text{ м}^2$
$250 \text{ м}^2 = \boxed{\text{И}} \text{ ар}$	$0,255 \text{ км}^2 = \boxed{\text{Л}} \text{ га}$	$255 \text{ ар} = \boxed{\text{Я}} \text{ га}$

250 000 250 25 000 25 25,5 0,25 25 0,025 2,5 2,55

6. Дополните таблицы, используя различные единицы измерения, если: a – длина стороны квадрата; L – длина прямоугольника; l – ширина прямоугольника; \mathcal{P} – периметр; \mathcal{A} – площадь.

a	1 см	12 м	1,5 км					
\mathcal{P} □				8 м	2 дм	1 м		
\mathcal{A} □							1 м ²	9 км ²

L	5 см	1 м	0,5 дм	3 м	8 см		
l	2 см	1 дм	3 см			5 дм	40 см
\mathcal{P} □							
\mathcal{A} □				6 м ²	56 см ²	1 м ²	2 м ²

7. Ширина прямоугольной клумбы 2 м, а длина – в 4 раза больше. Сколько розовых кустов посажено на клумбе, если на каждом квадратном метре по 3 куста?

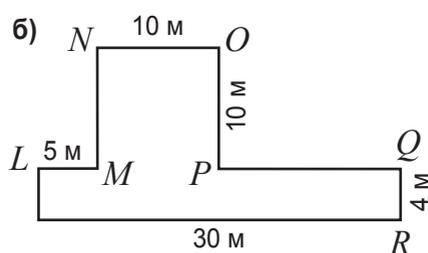
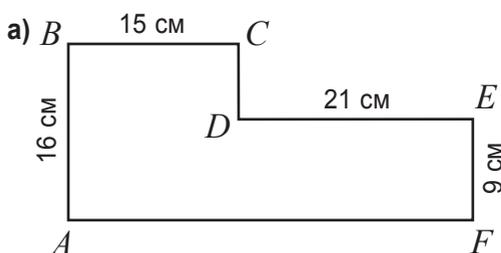
8. Задачи о ремонтных работах

а) Одна семья решила оклеить обоями стену на кухне. Высота стены 2 м 50 см, а ее длина 3 м 50 см. Хватит ли 12-метрового рулона обоев шириной в 75 см?

б) Пол в гостиной имеет форму квадрата со стороной 5 м. На каждый квадратный метр укладывают по 144 паркетных доски. После укладки паркета, нужно установить плинтус. Сколько паркетных досок и сколько метров плинтуса потребуется?

в) Пол в спальне имеет форму прямоугольника площадью в 20 м^2 . Длина пола 5 м. Сколько метров коврового покрытия шириной в 2 м необходимо, чтобы покрыть пол в спальне?

9. Вычислите периметр и площадь каждого из многоугольников.



10. У первого портного был отрез ткани длиной 3 м и шириной 3 м. У второго портного было 11 м ткани шириной 2 м. Кто из портных использовал ткань рациональнее, если они скроили одинаковое количество жилеток?

11. Проект STEAM (индивидуально). Ремонтные работы у меня дома

✓ Выбери девиз проекта: цитату из литературного произведения, поговорку или строчку из песни, выражающую отношение к дому, в котором ты живешь.

✓ Выполни измерения в одной из комнат и представь данные в таблице. Вырази результаты в различных единицах измерения.

✓ Спланируй перечень ремонтных работ, например: оклейка стен обоями; покрытие пола ковролином, паркетом или плиткой; установка плинтуса.

✓ Узнай о материалах, необходимых для запланированных работ: размеры рулонов обоев, ковролина, паркетной доски и т. д.

✓ Выполни схематический рисунок комнаты. Выбери цветовую гамму и проиллюстрируй фотографиями или рисунками.

✓ Выполни расчеты и определи количество необходимых материалов.

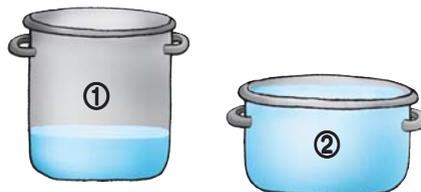
✓ Размести свой проект на сайте класса. Прими участие во взаимооценивании проектов.

§ 3 Единицы измерения объема

1. Измерение объема

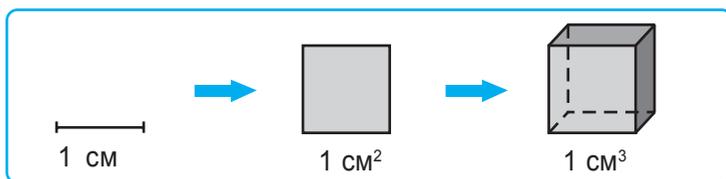
Исследуем и объясняем

• Рассмотрите рисунок. Сосуд ① доверху наполнили водой. Чтобы наполнить доверху сосуд ②, в него перелили часть воды из первого сосуда. Говорят, что **объем** сосуда ① больше, чем объем сосуда ②.



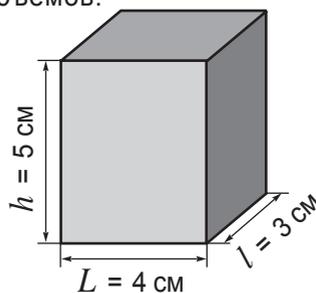
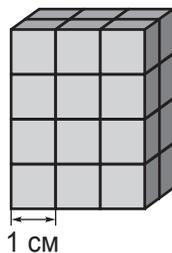
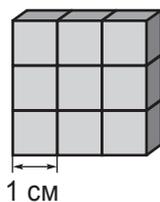
• **Измерить объем тела** означает найти, сколько раз это тело содержит одну единицу измерения объема. Единица измерения объема – это куб с ребром в одну единицу измерения длины. Такой куб является кубической единицей и называется по соответствующей единице измерения длины. Например:

- **кубический сантиметр** (1 см^3) – это куб с ребром в 1 см;
- **кубический метр** (1 м^3) – это куб с ребром в 1 м.



• Число кубических единиц, заполняющих тело, выражает **объем тела** в соответствующих единицах измерения.

- Рассмотрите рисунки и поясните вычисление объемов.



Объем куба равен кубу длины его ребра.

$$V_{\text{куба}} = a^3$$

Объем кубоида равен произведению трех его измерений.

$$V_{\text{кубоида}} = L \cdot l \cdot h$$



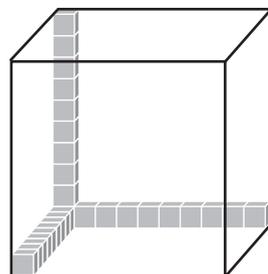
- Вычислите объём: а) куба с ребром длиной в 2,5 см;
б) кубоида, измерения которого равны 7 см; 6,4 см; 5 см.

- Основной стандартной единицей измерения объема является **кубический метр (м^3)**.



Представьте куб объемом в 1 дм^3 (значит, с ребром в 1 дм) и его разбиение на кубы объемом в 1 см^3 .

Рассмотрите рисунок и найдите, сколько кубических сантиметров содержится в одном кубическом метре.



Поступите аналогичным образом и найдите, сколько кубических сантиметров содержится в одном кубическом метре. Для этого представьте себе куб объемом в 1 м^3 (значит, с ребром в 1 м) и его разбиение на кубы объемом в 1 см^3 .



Работайте в парах! Найдите аналогичным образом, сколько кубических метров содержится в одном кубическом километре.

Возьмите на заметку

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

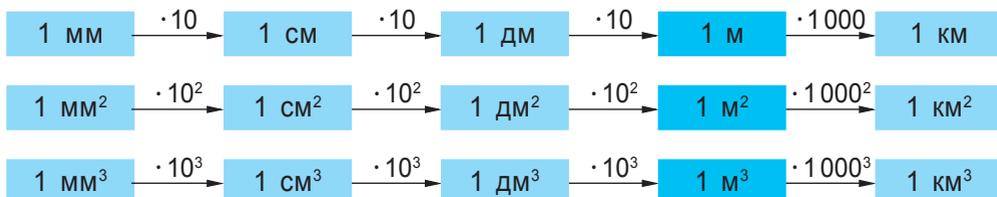
$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

$$1 \text{ дм}^3 = 10^3 \text{ см}^3 = 1000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ м}^3 = 100^3 \text{ см}^3 = 1000000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

$$1 \text{ км}^3 = 1000^3 \text{ м}^3 = 1000000000 \text{ м}^3$$



2. Измерение емкости

Что знаем? Что узнаем?

• Для разнообразных практических нужд необходимо знать емкости сосудов: стаканов, кувшинов, банок, бочек, цистерн и т. д.

Емкость сосуда выражает объем его внутреннего пространства (полезный объем).

Также емкость сосуда выражает объем жидкости, которую вмещает сосуд.

• Так как емкость выражает объем, при измерении емкостей могут быть использованы единицы измерения объема. Однако кубический метр слишком велик и поэтому неудобен в практических ситуациях. Например, 1 м^3 воды – это больше, чем вмещается в обычную ванную.

Поэтому для измерения емкостей, а также объемов жидких тел, введена специальная стандартная единица измерения – **литр (л)**.

$$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$$



Если сосуд (какой бы формы он ни был) вмещает ровно 1 л жидкости, то говорим, что емкость сосуда 1 л.



• В случае меньших емкостей используют и другие стандартные единицы измерения, например **миллилитры (мл)**: $1 \text{ л} = 1000 \text{ мл}$.



$$1 \text{ мл} = 0,001 \text{ л}$$

$$5 \text{ мл} = 5 \cdot 0,001 \text{ л} = 0,005 \text{ л}$$

$$330 \text{ мл} = 330 \cdot 0,001 \text{ л} = 0,33 \text{ л}$$



Сосуды на рисунке содержат равные объемы воды. Поясните, почему уровни воды в сосудах не равны.



Расположите сосуды в порядке возрастания их емкости.

Упражнения и задачи

- Сколько миллилитров содержится:
 - в полулитре;
 - в четверти литра;
 - в трех четвертях литра?
- Дополните таблицы, используя подходящие единицы измерения.

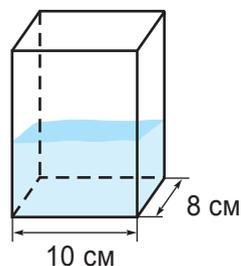
Ребро куба	6 см	8 дм	0,7 м			
Объем куба				27 см ³	125 дм ³	0,008 м ³

Длина основания кубоида	3 см	5 дм	0,6 м		20 дм	
Ширина основания кубоида	2 см	5 см	4 дм	2 см	10 дм	2 м
Высота кубоида	4 см	2,5 дм	30 см	1 см		1,5 м
Объем кубоида				6 см ³	2 м ³	12 м ³

8. Выразите в литрах емкость аквариума, зная его форму:
- а) куб с ребром в 4 дм;
 - б) кубоид с размерами 8 дм, 4 дм и 3 дм.

9. Каждая хрустальная ваза упакована в коробку формы куба с ребром в 2 дм. Найдите, сколько таких коробок поместятся:
- а) в ящик формы куба с ребром 1 м;
 - б) в ящик формы куба объемом в 8 м^3 ;
 - в) на полку с размерами 14 см, 15 см, 12 см.
10. Вместит ли 2 л воды сосуд формы:
- а) куба с ребром в 12 см;
 - б) кубоида с размерами 14 см, 15 см, 12 см?
11. Емкость бассейна составляет 32 000 л. Бассейн имеет форму кубоида, в основании которого лежит квадрат со стороной в 4 м. Найдите глубину бассейна.

12. Рассмотрите сосуд с водой, изображенный на рисунке. В сосуд поместили металлический шарик. Вода полностью покрыла шарик, и уровень воды в сосуде поднялся на 5 см. Найдите объем шарика.



Решаем и выражаем личное отношение

13. Уезжая к бабушке в субботу в 8 часов утра, Антон плохо закрыл кран, и из него вытекало около 120 капель воды в минуту. По приезде, на второй день в 8 часов вечера, мама обнаружила промашку сына и закрыла кран. Зная, что 3 600 капель составляют литр воды, найдите, сколько воды утекло понапрасну из-за невнимания Антона.
14. Трещина в водопроводной трубе в подвале была отремонтирована через 6 часов после аварии. Если бы ее отремонтировали через сутки, утечка воды составила бы 30 000 л. Сколько воды вытекло из трубы до ремонта?



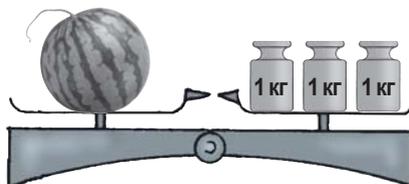
Вода, вытекшая из трубы, была откачана электронасосом мощностью 75 л в минуту. Сколько времени длилась откачка воды?



§ 4 Единицы измерения массы

Что знаем? Что узнаем?

• Чтобы **измерить массу тела**, нужно определить, сколько гирь массой в одну единицу измерения весят столько же, сколько данное тело. Число этих гирь выражает **массу тела** в соответствующих единицах измерения.



• Основной стандартной единицей измерения массы является **килограмм (кг)**. Для разнообразных практических нужд используют и другие стандартные единицы.



Возьмите на заметку

Хотя приставка *кило-* и указывает, что килограмм содержит 1000 граммов, все же не грамм является главной единицей измерения массы, а **килограмм**. Такое решение было принято для удобства взвешиваний в повседневных практических ситуациях.

Хотите больше знать?

Один килограмм – это масса литра дистиллированной воды при температуре 4°C и нормальном давлении.

• В настоящее время существует большое разнообразие электронных весов повышенной точности, которые используют для различных практических нужд.



Кухонные весы



Напольные весы



Карманные весы (безмен)



Торговые весы



Медицинские весы для взвешивания новорожденных



Платформа для взвешивания автомашин

Упражнения и задачи

1. Рассмотрите и поясните схему:



Дополните соотношения между единицами измерения масс:

- а) 1 кг = г б) 1 г = мг в) 1 кг = мг г) 1 т = кг
 1 г = кг 1 мг = г 1 мг = кг 1 кг = т

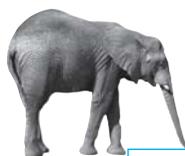
2. Выразите в одинаковых единицах измерения и расположите в порядке возрастания массы животных.



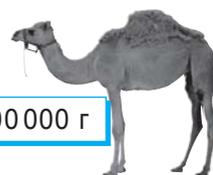
1500 кг



2,3 т



6 000 кг



500 000 г

3. Для приготовления паштета взяли 3,5 кг вареной гусиной печени, 1 кг тушеного лука, 100 г соли и вареные яйца. Масса очищенных яиц составила $\frac{1}{9}$ общей массы печени и лука. Сколько паштета получилось?

4. Найдите оптимальный способ использования изображенных эталонных гирь для взвешивания:

- а) 250 г сливочного масла;
 б) 1,5 кг сахара;
 в) 0,6 кг муки;
 г) 183 г серебра;
 д) 92 г золота.

Образец:

$$320 \text{ г} = 200 \text{ г} + 100 \text{ г} + 2 \cdot 10 \text{ г}$$



500 г



200 г



100 г



50 г



10 г



5 г



1 г

5. Рассмотрите информацию о некоторых единицах измерения массы, которые употребляются и ныне (например, в США и Великобритании), несмотря на то что не принадлежат к международной системе единиц измерения. Преобразуйте их в основные единицы измерения массы.

$$1 \text{ фунт} = 453,592 \text{ г}$$

$$1 \text{ унция} = 3,11035 \text{ г}$$



Как вы думаете, что удобно измерять в унциях?

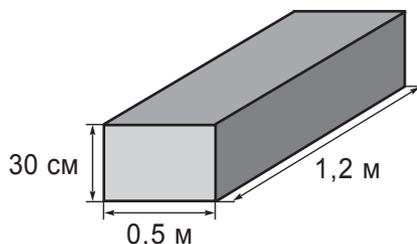
6. Столовая заказала 15 мешков сахара и 22 мешка риса. Мешок сахара весит 30 кг, а мешок риса – 20 кг. Для транспортировки столовая располагает автомобилем грузоподъемностью в 1,25 т. Возможно ли перевезти весь заказанный товар за один рейс?



Измените количество мешков так, чтобы перевозка стала осуществимой за два рейса при полной загрузке автомобиля.

7. Семья из 6 человек выращивает картофель для личного потребления. Найдите площадь участка, на котором им нужно посадить картофель, зная, что:
- ежегодное потребление составляет 45 кг картофеля на человека;
 - урожай картофеля составляет примерно 5 кг с 1 м².

8. Сколько краски необходимо для покраски кубоида, изображенного на рисунке, если для поверхности площадью 100 см² нужно 3 г краски.



Решаем и выражаем личное отношение

9. Ежедневная норма хлеба для обеда в школьной столовой составляет 80 г пшеничного хлеба и 120 г ржаного. После того как 154 ученика пообедали в столовой, повара собрали и взвесили хлеб, оставленный на столах и тот, что упал на пол. Было установлено, что остались $\frac{1}{8}$ всего ржаного хлеба и $\frac{1}{7}$ всего пшеничного хлеба. Сколько хлеба было потеряно?



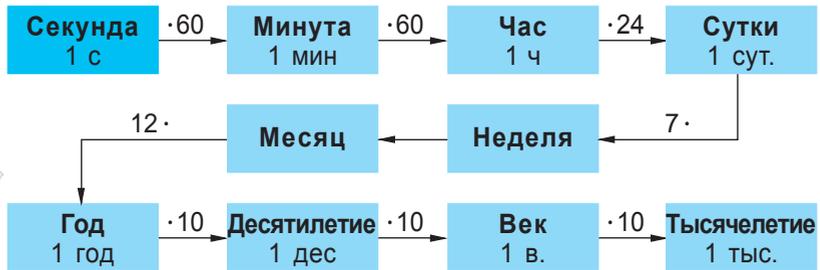
§ 5 Единицы измерения времени

Что знаем? Что узнаем?

- **Время** – это одно из измерений Вселенной. Ему нет определения, мы ощущаем его по знакам: смена дней и ночей; последовательность времен года; старение и т. д. Время отличается от других трех пространственных измерений (длина, ширина, высота) непрерывностью и необратимостью: оно течет непрерывно в единственном направлении – из прошлого в будущее.

- С древних времен люди старались вести учет времени, разбивая его на интервалы различной продолжительности – единицы измерения времени.

Основной стандартной единицей измерения времени является **секунда (с)**.



Дополняем и поясняем

На циферблате часов можно проследить, как каждые секунд добавляют одну минуту, каждые минут добавляют один час, пока не истекнут все часа в сутках.

По календарю можно проследить, как следуют дней в каждой неделе и , , или дней в одном месяце, пока не соберутся или дней в месяцах одного года.

Хронологическая ось помогает понять время с исторических позиций. Год рождения Христа считается годом и отделяет нашу эру от предыдущего периода, т. е. до нашей эры. В нашей эре каждые лет добавляли по одному десятилетию, каждые десятилетий добавляли по одному веку, пока не истекли все веков первого тысячелетия. Последовали веков тысячелетия, и наступило тысячелетие, в котором мы сейчас живем.

Упражнения и задачи

1. На циферблатах часов представлены 9 мгновений одних суток. Назовите время на каждом часах. Найдите, сколько времени между каждыми двумя последовательными мгновениями.



1



2



3



4



5



6



7



8



9

2. Расположите последовательно моменты одних суток, представленные на циферблатах электронных часов. Сколько времени отделяет каждый из этих моментов от конца суток?



3. Порядковое число високосного года (в котором месяц февраль длится 29 дней) делится без остатка на 4. Является ли високосным текущий год? Назовите три прошедших и три следующих високосных года.

4. Преобразуйте:

а) в секунды: 5 мин; 30 мин; $\frac{1}{4}$ мин; $\frac{3}{2}$ мин; 1 ч;

б) в минуты: $\frac{1}{2}$ ч; $\frac{1}{3}$ ч; $\frac{1}{12}$ ч; $\frac{2}{5}$ ч; $\frac{5}{6}$ ч; $\frac{3}{20}$ ч;

в) в часы: 3600 мин; 483840 мин; 5 дней; 1 неделя.

5. Проанализируйте информацию, представленную на пергаменте.

а) Назовите первый и последний годы в каждом из следующих веков: IV; V; X; XVI; XX; XXI.

б) Назовите даты первого и последнего дней в каждом из следующих веков: XVIII; XIX; XX.

I век: 0–99 гг.;

II век: 100–199 гг.;

III век: 200–299 гг.

6. Определите, в каком веке произошло каждое из следующих изобретений.



Блез Паскаль

а) Первая счетная машина была изобретена математиком Блезом Паскалем в 1642 году. Она выполняла действия сложения и вычитания при помощи системы зубчатых колес.

б) Шариковую ручку изобрел в 1938 году венгерский журналист Ладислав Биро.



Ладислав Биро

в) Пианино изобрел в 1709 году итальянский мастер музыкальных инструментов Бартоломео Кристофори.



Бартоломео Кристофори

г) Разозлившись на привередливого клиента, американский повар Джордж Грум пожарил ему очень тонко нарезанный картофель и посолил сверх меры. Вопреки ожиданиям, клиент высоко оценил это блюдо. Благодаря этому случаю, произошедшему в 1853 году, появились чипсы.

7. Назовите дату: а) первого и последнего дня второго тысячелетия;

б) первого дня третьего тысячелетия.

8. Выявите правило и дополните последовательность:

а) , 31 мая, 30 июня, 31 июля, ;

б) , , , , , , ;

в) , , , , .

9. На здании Примэрии Кишинева – башенные часы с боем. Каждый раз, когда минутная стрелка показывает 12, часы бьют столько раз, сколько указывает часовая стрелка. Каждый раз, когда минутная стрелка показывает 6, часы бьют один раз. Сколько всего раз бьют эти башенные часы в течение одних суток?



10. Врач прописал Кристиану принять 4 таблетки, по одной через каждые 2 с половиной часа. Сколько времени пройдет от первого приема таблетки до последнего?

11. В течение дня есть два интервала времени, приемлемых для телефонных переговоров (исключением являются звонки близким людям, чей распорядок дня известен). Найдите эти интервалы, зная, что:

- их общая длительность – 9 часов;
- первый интервал на 3 часа короче второго;
- первый интервал начинается в 10 часов утра, а второй завершается в 9 часов вечера.

12. В одно и то же мгновение в различных местах Земли часы показывают разное время. Время на планете определяется по точной схеме, определенной вращением Земли вокруг своей оси. Дополните таблицу, затем решите задачи.

город	Кишинев	Москва	Лондон	Париж
местное время	12:00	13:00		
		12:00	9:00	
			23:00	00:00



- а) Самолет вылетел из кишиневского аэропорта в 11:30 по местному времени и приземлился в аэропорту Внуково в 14:25 по московскому времени. Сколько времени длился полет?
- б) Полет Лондон-Кишинев длился 6 часов. Время прибытия самолета – 16:25 по местному времени. Сколько было на часах в Лондоне в момент вылета?



Составьте и решите похожую задачу, используя данные, приведенные в последнем столбце таблицы.



Решаем и выражаем личное отношение

13. Учащимся вашего возраста рекомендовано бывать на воздухе не менее $\frac{1}{16}$ суток. Сколько времени вы должны проводить на воздухе? Выразите ответ: в минутах; в часах и минутах; в часах.
14. Врачи рекомендуют учащимся 10-12 лет распределять бюджет времени в школьные дни следующим образом: учеба – $\frac{7}{24}$ дня; свободное время – $\frac{1}{3}$ дня; сон – оставшееся в сутках время. Сколько часов в сутках должен спать учащийся вашего возраста?
15. Выполняя домашние задания, Антон не раз прерывался: 14 раз по 5 минут глазел в окно; 6 раз по четверть часа „отдыхал“, играя в компьютерную игру; полчаса болтал по телефону. Найдите, сколько времени Антон потратил на домашние задания, зная, что, если бы он не прерывался, то мог их выполнить за час с четвертью. Сколько свободного времени потерял Антон?



§ 6 Денежные единицы

Что знаем? Что узнаём?

• **Денежные единицы** позволяют измерить материальную ценность товаров и услуг в экономическом процессе купли–продажи. В этом процессе денежные единицы участвуют в двух формах хождения – в **купюрах** и в **монетах**. Однако в настоящее время сделки могут быть осуществлены и другими способами: с помощью перевода, чеком или электронной карточкой.

• Рассмотрите купюры и монеты, имеющие хождение в Республике Молдова в настоящее время.



Работайте в парях! Как вы считаете, могут ли товары и услуги представлять иную ценность, помимо материальной?

Пригодны ли денежные единицы для измерения других ценностей, кроме материальных?

• Национальный Банк Республики Молдова выпускает в оборот в небольших тиражах **памятные монеты**, посвященные личностям, внесшим вклад в развитие нашей страны, историческим событиям, природе, науке и искусству.

Памятные монеты – это произведение искусства: они выполнены из золота или серебра, каждая хранится в специальной капсуле и футляре.

Памятные монеты могут быть использованы и как средство оплаты наряду с любыми другими монетами.

Рассмотрите на фото аверс и реверс двух памятных монет, выпущенных в нашей стране в 2019 году.



Серия: Красная книга Республики Молдова
Белоцветник летний



Серия: Господари Молдовы
Богдан Основатель

• **Международные денежные единицы** приняты к обращению за пределами страны, которая их выпускает, и выступают в качестве средства платежа и резерва на международном рынке. В эту категорию в настоящее время входят четыре свободно используемые валюты: американский доллар, евро, фунт стерлингов, японская иена.

- ✓ **Доллар США (\$)** – официальная валюта Соединенных Штатов Америки. Один доллар составляет 100 *центов*.
- ✓ **Евро (€)** в настоящее время является официальной валютой большинства государств-членов Европейского Союза. Один евро составляет 100 *центов*.
- ✓ **Фунт стерлингов (£)** – официальная валюта Соединенного Королевства (Великобритании). Один фунт составляет 100 *пенсов*.
- ✓ **Японская иена (¥)** – официальная валюта Японии. Одна японская иена составляет 100 *сен*.



Работайте в парах!

Рассмотрите курс молдавского лея, установленный коммерческим банком на определенный день. Выполните расчеты.

ОБМЕН ВАЛЮТЫ		
валюта	купля	продажа
Доллар США	16,64	16,84
Евро	19,70	19,80
Фунт стерлингов	21,84	21,95
Японская иена	0,16	0,17

- а) Обмен иностранной валюты производится по обменному курсу. Сколько леев получим, если обменять: 100 \$; 200 €; 50 £; 1000 ¥?
- б) Обмен леев на другую валюту производится по обменному курсу. С соответствующей суммы в леех взимается комиссия в размере 0,001 от этой суммы. Сколько леев обменять, чтобы получить 100 €?

Практическая работа. Узнайте текущий курс обмена, предложите и выполните аналогичные задания.

Упражнения и задачи

1. Найдите наименьшую и наибольшую из всех сумм, которые могут быть составлены с помощью четырех:
 - а) одинаковых монет;
 - б) разных монет;
 - в) одинаковых купюр;
 - г) разных купюр.
2. Найдите способ составить указанную сумму, используя наименьшее количество денежных единиц: а) 45 банов; б) 80 банов; в) 2 568 леев.
3. Месячная заработная плата одного служащего составила 8 260 леев. Вычислите, какую сумму он получит, если удерживается:
 - налог на доход – 887 леев 12 банов;
 - профсоюзный взнос – 82 лея 60 банов;
 - пенсионный фонд – 495 леев 60 банов;
 - медицинская страховка – 371 лей 70 банов.

4. Мама хочет купить трем своим сыновьям одинаковые подарки. В магазине она выбрала 3 вида подходящих предметов – по 85 леев, по 90 леев и по 95 леев. На каких из них она может остановить свой выбор, если общая сумма не должна превышать 272 лея?
5. Порошок для автоматической стирки продается в пакетах по 5 кг по цене 140 леев за пакет и в пакетах по 2 кг по цене 66 леев за пакет. Рачительные покупатели выбирают пакеты по 5 кг. Обоснуйте этот выбор.
6. В семье Чобану запланировали на следующий год сэкономить 25 000 леев для летнего отдыха и покупки телевизора за 7 499 леев. Месячный доход семьи состоит из оклада отца в 8 400 леев и оклада мамы в 7 100 леев, а на текущие расходы тратится около $\frac{4}{5}$ совокупного дохода. Установите, выполним ли намеченный план.



Решаем и выражаем личное отношение

7. Несколько горе-футболистов разбили 4 окна в школе-интернате. Школа была вынуждена выделить по 1 100 леев на покупку каждого оконного стекла, 150 леев на доставку стекла и 400 леев на установку. Выделенную сумму сняли из фонда на покупку книг. Сколько примерно книг можно было купить на эту сумму, если средняя цена одной книги – 75 леев?



Задания для осмысления. Работа в группах

Создайте концептуальную карту для каждой из величин: длина; площадь; объем; емкость; время; денежное значение. Справа предложена форма карты, где:

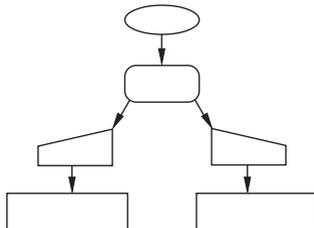
 – название величины;

 – основная стандартная единица измерения;

 – большие единицы и соответствующие соотношения;

 – меньшие единицы и соответствующие соотношения;

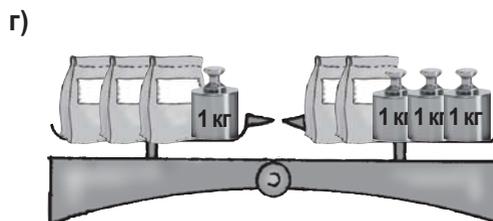
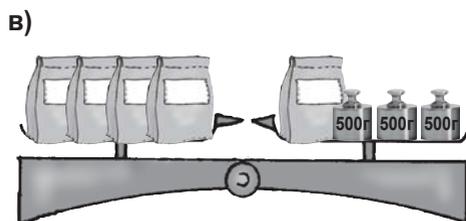
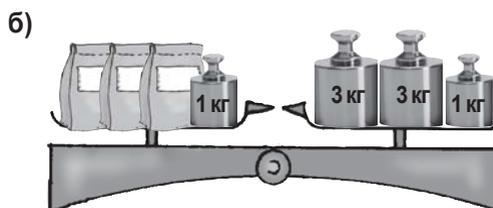
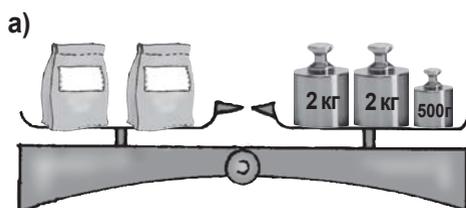
 – примеры жизненных ситуаций.



Упражнения и задачи для повторения

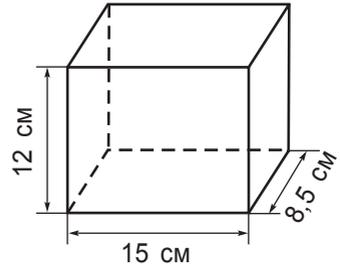
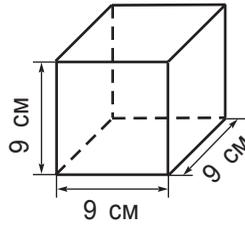


- Какие слова пропущены?
 - ... Андрея составляет 12 лет. Его ... 1,45 м, а его ... 40 кг.
 - Ведро продается по ... 25 леев. Его ... 8 л, а его ... 65 см.
 - Участок ... в 6 аров огражден забором, ... которого 1 км.
 - ..., за которое спортсмен пробежал ... в 100 м, составило 10 с.
- Преобразуйте в основные стандартные единицы измерения:
 - длины: 4 000 км; 4 000 дм; 4 000 см; 4 000 мм;
 - площади: 20 км²; 20 га; 20 ар; 20 дм²; 20 мм²;
 - объема: 5 км³; 5 000 дм³; 500 000 см³;
 - емкости: 8 000 мл; 800 мл; 80 мл; 8 мл; 0,8 дм²; 0,08 м²;
 - массы: 70 т; 70 г; 70 мг;
 - времени: 300 мин; 3 ч.
- Найдите, сколько времени прошло:
 - с начала суток до девяти часов вечера;
 - с двух часов дня до окончания суток;
 - с 08:45 до 18:00 того же дня;
 - с 15:20 до 20:15 следующего дня;
 - с 10:30:30 до 12:00:00 того же дня;
 - с 22:00:10 до 00:40:30 следующего дня.
- Какая сумма получится, если взять по одной купюре и по одной монете из тех, что в хождении в нашей стране?
- Рассмотрите рисунки и найдите, сколько весит один пакет (пакеты на одних весах одинаковы по массе).



6. Для каждого изображенного тела найдите:

- а) объем;
- б) площадь каждой грани;
- в) периметр каждой грани.



Представьте себе, что эти тела являются сосудами. Какой из них смог бы вместить 1 л воды? Почему?



7. Дополните информацию, выбрав соответствующие единицы измерения: км ; км² ; км³ ; кг .

Распознайте описанные величины: длина; площадь; объем; масса.

- а) Озеро Байкал – самое глубокое на планете и вмещает самое большое количество пресной воды. Глубина Байкала 1,742 [] , а вмещает озеро около 23000 [] воды.
- б) Мертвое Море – самое соленое море на Земле. Оно простирается на 1020 [] и содержит примерно 12650 миллионов [] соли.
- в) Пустыня Салар в Южной Америке – самая большая соляная пустыня в мире. Она находится на высоте 3,6 [] над уровнем моря и покрывает ее примерно 10000 [] соли.



Найдите в различных источниках информации (энциклопедиях, интернете и т. д.) другие интересные сведения об изученных величинах.

8. Дополните отсутствующими единицами измерения.

- а) $3,5 \text{ м} = 35$ ★ б) $6 \text{ м}^2 = 600$ ★ в) $9000 \text{ дм}^3 = 9$ ★
- $24 \text{ см} = 240$ ★ $15 \text{ км}^2 = 15000000$ ★ $3 \text{ л} = 3$ ★
- $0,07$ ★ = 70 м 450 ★ = 4,5 га $300 \text{ мл} = 0,3$ ★
- г) $5,3 \text{ т} = 53$ ★ д) $1,5 \text{ ч} = 5400$ ★
- $27,2 \text{ кг} = 27200$ ★ 2 ★ = 2000 лет
- 130 ★ = 0,13 г $21 \text{ с} = 210$ ★

9. Определите високосные годы:

1980; 1982; 1986; 1990; 1994; 2000; 2005; 2010; 2012.

10. Сколько всего дней длились:

- а) первые два года XXI века;
- б) последние два года II тысячелетия?

11. Длина бассейна 30 м, ширина 6 м, а глубина 2 м.
- а) Сколько квадратных кафельных плиток со стороной в 1 дм необходимо для покрытия дна бассейна? Для покрытия стен бассейна?
 - б) Сколько литров воды вмещает бассейн?
 - в) Сколько стóит вода, которой наполнен бассейн, если кубический метр воды стóит 10,35 лея?

12. **Практическая работа.** Предположите приблизительный результат измерения в подходящих единицах:

- а) длины классной комнаты;
- б) площади классной доски;
- в) емкости стакана;
- г) массы яблока;
- д) объема спичечного коробка;
- е) продолжительности учебного года.

Выполните нужные измерения и вычисления и проверьте, насколько верными были ваши предположения.

13. Наши предки пахали землю плугами. За час плугом можно было вспахать примерно пятую часть гектара земли. На современном тракторе можно вспахать около 80 ар за час. На сколько и во сколько раз производительность трактора превышает производительность плуга?

14. Расположите представленные ниже единицы измерения в порядке возрастания. Преобразуйте их в основные стандартные единицы измерения соответствующих величин.

а) Единицы измерения массы, применяемые в прошлом в Молдове:

мерца 1 мерца = 10 баниц;

баница 1 баница = 10 ок;

ока 1 ока = 4 литры;

литра 1 литра = 322,75 г.

б) Единицы измерения длины, применяемые в настоящее время в США и в Великобритании:

дюйм (*inch*) 1 дюйм = 2,54 см;

миля (*mile*) 1 миля = 1760 ярдов;

фут (*foot*) 1 фут = 12 дюймов;

ярд (*yard*) 1 ярд = 36 дюймов.

в) Единицы измерения емкости, применяемые сегодня в США:

баррель (нефти) 10^4 баррелей = 1 589 843 л;

галлон (потребляемой жидкости) 10^8 галлонов = 378 541 178 л.

15. В семье Руснак 4 человека. В один из дней на завтрак каждый съел 100 г хлеба, одно вареное яйцо, 50 г сыра и выпил стакан молока (250 мл). Вычислите стоимость этого завтрака, используя приведенные в таблице данные.

Продукт	Цена
Хлеб	12 леев за 1 кг
Яйца	17 леев за 10 штук
Сыр	108 леев за 1 кг
Молоко	12 леев за 1 л

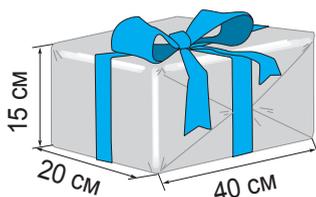


Практическая работа. Вычислите стоимость одного завтрака в вашей семье.



Задачи для чемпионов

16. Рассмотрите коробку на рисунке и найдите длину ленты, если известно, что на завязывание банта пошла половина всей ленты.



17. Чтобы построить дом, Наф-Нафу требовалось 960 грошиков (грошики – это денежные единицы, имеющие хождение в Стране Сказок). У него была лишь половина этой суммы. Поэтому он взял в Пудель-Банке кредит на недостающую сумму. Контракт с банком предполагает возвращение денег в течение года с годовым процентом в $\frac{1}{10}$ от кредитованной суммы. Сколько грошиков должен возвращать Наф-Наф банку ежемесячно?



Наф-Наф работает на фабрике по консервированию кукурузы, его месячный оклад 215 грошиков. На текущие нужды ему требуется $\frac{4}{5}$ зарплаты. Хватит ли оставшихся денег, чтобы производить ежемесячные выплаты банку, или нужно искать более оплачиваемую работу?





Итоговый тест

Время выполнения
работы: 45 минут

I вариант

1. а) Составьте пары.

миллиметр	площадь
миллилитр	масса
миллиграмм	емкость
ар	длина
	время

б) Дополните подходящими значениями.

Купюру достоинством в леев можно разменять на 50 монет достоинством в бань.

2. Преобразуйте в основные стандартные единицы измерения:

а) длины: 34 000 см;

б) емкости: 200 мл;

в) массы: 1,2 т;

г) площади: 0,5 км².

3. Бассейн имеет форму кубоида с длиной 6 м, шириной 3,5 м и высотой 5 м.

а) Сколько литров воды вмещает бассейн?

б) Сколько кафельных плиток квадратной формы со стороной в 1 дм необходимо для покрытия дна бассейна?

в) За сколько времени наполнился бассейн, если воду включили в 22:50 и отключили в 9:30?

4

3

3

3

3

3

5

4

2

II вариант

1. а) Составьте пары.

кубический дециметр	объем
квадратный дециметр	длина
дециметр	площадь
десятилетие	время
	масса

б) Дополните подходящими значениями.

Купюру достоинством в леев можно разменять на 20 монет достоинством в бань.

2. Преобразуйте в основные стандартные единицы измерения:

а) длины: 34 000 мм;

б) площади: 200 ар;

в) массы: 2,5 т;

г) объема: 0,5 см³.

3. Бассейн имеет форму кубоида с высотой 4,5 м, шириной 5 м и длиной 8 м.

а) Сколько литров воды вмещает бассейн?

б) Сколько кафельных плиток квадратной формы со стороной в 1 дм необходимо для покрытия дна бассейна?

в) За сколько времени наполнился бассейн, если воду включили в 23:20 и отключили в 10:05?

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	30–29	28–26	25–23	22–19	18–15	14–10	9–7	6–5	4–3	2–0

ОТВЕТЫ

Глава 1

§ 1. 13. а) 1, 11, 111; б) 2 222, 22 222, 222 222. 14. а) 450, 405, 540, 504; б) 451, 415, 145, 154, 541, 514.

§ 2. 13. Постовану. 15. а) 65 420; б) 20 456. 19. а) Улица Садовая, д. 24; б) улица Садовая, д. 21.

§ 3. 9. а) Увеличить на 5; б) уменьшить на 5. 14. Увеличить или уменьшить уменьшаемое и вычитаемое на одинаковое число единиц.

15. Брюки – 150 рулонов; рубашка – 50 рулонов; сюртук – 200 рулонов.

17. а) 233; в) 8 738; д) 240; ж) 64; з) 310. 18. а) $80 - 55 + 34 = 59$;
ж) $999\,999 - 1\,000 = 998\,999$. 19. б) $5\,900\,000 + 4\,100\,001 = 10\,000\,001$.

20. А = 1, Й = 0, Я = 9.

§ 4. 6. Да. 9. а) 3 640 квартир; б) 7 000 газет; на 1 400 газет.

10. а) 2 754, 8 262; б) 714, 918; в) 1 000 001 000, 10 000 010 000; г) 1 001 000, 1 010 000. 11. а) 195 леев; б) 975 леев; в) 1 950 леев; г) 19 500 леев.

17. 11 600 леев. 18. а) 2 нуля; б) 4 нуля. 19. а) 7; б) 17; в) 37.

§ 5. 1. 81 карандаш. 7. а) 14; б) 36; в) 0; г) 100 000 000. 10. б) 337; г) 22.

11. а) 20; б) 0; в) 9 100; г) 0.

§ 6. 3. а) 48 пассажиров; 34 пассажира; 41 пассажир; б) 10 купе; 11 купе; 23 купе. 6. д) 6, ост. 0; е) 9, ост. 0; ж) 30, ост. 0; з) 6, ост. 0. 7. б) $56 : 7$;

г) $110 : 10$. 11. в) 324; г) 36. 13. 4 350 de lei. 19. в) 516 913; г) 5 050.

20. б) 90, 9, 10, 1; в) 4, 3, 1, 0; г) 6, 4, 2, 0. 23. 24 страницы. 26. ☆ = 234;

☀ = 68; 😊 = 429.

§ 7. 1. г) 1 323; е) 10 000; з) 911; к) 9; м) 16; н) 702. 2. а) $140 : 2 + 55 = 125$;

б) $132 : 3 - 32 = 12$; в) $(195 + 925) : 4 = 280$; г) $(1\,000 - 111) : 3 = 127$;

д) $2 \cdot 1\,000^2 = 2\,000\,000$. 4. г) $(630 : 7 - 2 \cdot 9) \cdot 25 = 1\,800$;

д) $128 + 49 : (42 : 6) \cdot 8 = 184$; е) $180 : (300 - 30 \cdot 9) + 199 = 205$.

§ 8. 4. 95. 6. 30 марок. 8. 84 500 леев. 12. Первый. 13. 245 человек.
14. 1500 леев. 15. 16 морковок. 16. 144 рыб.

Упражнения и задачи для повторения

12. а) 6 леев. 22. а) 0; в) 10 палиндромов. 23. а) 56; б) 12. 24. На 1 час.
26. 3, 5 или 7 ребят.

Глава 2

§ 2. 11. а) 18; б) И, И, Л, И, Л. 12. б) {43, 25}; в) {88}.

13. а) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$; $C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

16. б) $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 15n, 1 \leq n \leq 6, x \in \mathbb{N}^*\}$. 18. а) Лев; б) Одесса; в) 18.

Глава 3

§ 1. 2. б) $8 \mid 40$; г) $3 \mid 29$. 4. а) И; б) Л; в) И; г) Л; д) И; е) И; ж) Л.

5. а) $D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$; б) $D_{11} = \{1, 11\}$; д) $D_{92} = \{1, 2, 4, 23, 46, 92\}$.

6. г) $\{0, 15, 30, 45, 60\}$; д) $\{0, 20, 40, 60, 80\}$. 7. а) $\{16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96\}$; г) $\{15, 30, 45, 60, 75, 90\}$. 8. б) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40; в) 1, 2, 5, 10, 25, 50.

9. а) И; б) И; в) Л; г) Л. 10. а) „|”; б) „:”; в) „.”; г) „|”. 12. 470, 704, 740. 15. 5 леев или 6 леев. 17. Например, 208. 18. Например, 231.

20. а) $32 = 4 \cdot 8$; б) $32 = 16 \cdot 2$. 21. $A = \{12, 18, 24, 30, 36\}$; $D = \{2, 7, 12, 17\}$.

23. а) $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$, $B = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24\}$;

б) $\text{card } A > \text{card } B$. 24. а) И; б) И; в) Л; г) Л; д) Л; е) Л. 26. Да.

27. Указание. Покажите, что последней цифрой числа $6^{12} - 4^8$ является 0.

29. а) 2, 5, 8; б) 0, 5; в) 0, 2, 4, 6, 8; г) 0.

§ 2. 1. в) Любая цифра; д) любая цифра; ж) любая цифра. 6. в) Любая цифра; д) любая цифра, кроме 0; ж) любая цифра. 7. а) 2, 7; б) 3, 8;

в) любая цифра; г) 0, 5. 8. а) И; б) Л; в) И; г) И; д) Л; е) И. 9. а) 1; б) любая цифра; в) 9; г) 1. 11. г) Любая цифра; д) любая цифра; е) любая цифра.

15. На 2 и на 5. 17. 2) в) 95, 100, 105; г) 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50. 3) в) 100; г) 20, 30, 40, 50. 22. а) Между 1, 2, 3, 4, 6 или 12 детей; б) между 1, 2, 4, 5, 10 или 20 детей; в) между 1, 3, 5 или 15 детей. 25. а) Указание. Покажите, что для любого n , $n \in \mathbb{N}^*$, последней цифрой числа $10^n + 5^n$ является 5.

б) Указание. Покажите, что для любого n , $n \in \mathbb{N}$, последней цифрой числа $16^n + 2^n$ является четное число. 26. Указание. Покажите, что для любого n , $n \in \mathbb{N}$, последней цифрой числа $9^{4n} - 7^{4n}$ является 0. 28. 960.

Упражнения и задачи для повторения

3. а) $D_{84} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84\}$. 4. а) 0, 2, 4, 6, 8; б) 0, 5; в) 0.
6. а) {128, 130, 132, 134, 136, 138, 140, 142, 144, 146}; б) {130, 135, 140, 145};
в) {130, 140}. 8. б) $19 \cdot 10$ леев + $19 \cdot 5$ леев; в) $31 \cdot 10$ леев + $31 \cdot 5$ леев.
11. б) 0 или 5; любая цифра, кроме 0 или 5; 0 или 5; любая цифра, кроме 0
или 5; в) 0; любая цифра, кроме 0; 0; любая цифра, кроме 0.
13. г) 162, 165, 168, 171, 174, 177, 180, 183, 186, 189; д) 165, 180.
14. б) $B = \{20, 25\}$; г) $D = \emptyset$; е) $F = \{24, 26, 27, 28, 29, 31\}$. 15. Указание.
 a – любая цифра, $b = 0$. 18. а) Л; б) И; в) И; г) Л. 21. а) 120 ящиков;
б) 48 ящиков; в) 24 ящика. 23. Признак делимости на 4: Число a делится
на 4, если число, составленное из двух последних цифр данного числа,
делится на 4.

Глава 4

§ 1. 3. а) $\frac{1}{5}$; б) $\frac{1}{9}$; в) $\frac{1}{8}$; г) $\frac{1}{6}$. 10. а) $\frac{5}{3}, \frac{15}{4}$; б) $\frac{2}{5}, \frac{7}{8}, \frac{8}{11}, \frac{31}{43}$.

17. а) $2\frac{3}{4}$; б) $7\frac{5}{6}$; в) $2\frac{12}{13}$; г) $12\frac{3}{8}$. 18. $\frac{2}{9}$ кг.

21. а) $\frac{6}{1}, \frac{6}{2}, \frac{6}{3}, \frac{6}{4}, \frac{6}{5}$. 24. Нет. 25. а) $\frac{14}{2}$; б) $\frac{35}{5}$; в) $\frac{49}{7}$. 27. $\frac{3}{13}, \frac{5}{13}, \frac{14}{13}, \frac{3}{22},$
 $\frac{5}{22}, \frac{14}{22}$. 28. 15 минут. 29. 4 коробки. 30. Да.

§ 2. 23. а) $\frac{5}{10}$; б) $\frac{6}{10}$; в) $\frac{2}{10}$; г) $\frac{3}{10}$. 24. а) $1\frac{2}{7}$; в) $2\frac{1}{3}$; г) $2\frac{2}{5}$; е) $4\frac{1}{2}$. 33. г).

37. а) 1 и 2; б) 10 и 11; е) 12 и 13. 39. а) $\frac{4}{8}$; б) $\frac{2}{8}$; в) $\frac{14}{8}$; г) $\frac{8}{8}$; д) $\frac{16}{8}$.

42. $a \in \{0; 1; 2; 3\}$. 43. $b \in \{3; 4; 5\}$.

§ 3. 2. з) $\frac{13}{19}$; и) $\frac{7}{15}$; к) $\frac{17}{31}$. 4. а) $\frac{1}{9}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{3}{7}$. 5. $3\frac{1}{2}$ м. 7. $\frac{1}{2}$.

8. б) 4; г) 2. 10. б) $\frac{8}{9}$; г) $1\frac{3}{8}$; е) $\frac{7}{10}$; з) $\frac{13}{20}$. 13. а) $\frac{11}{3}$; б) $\frac{29}{7}$; в) $\frac{32}{5}$.

14. а) $n = \{35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45\}$. 15. а) $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{4}{8}$; б) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$.

§ 4. 2. б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{9}$; ж) $\frac{4}{9}$. 3. а) $\frac{7}{11}$. 6. а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{2}$; в) 0; г) 0. 7. а) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{3}{20}$;

г) $\frac{1}{2}$; ж) $\frac{1}{9}$. 8. а) $\frac{3}{7}$; в) $\frac{7}{9}$; г) $1\frac{1}{4}$; д) $2\frac{1}{2}$. 9. На $\frac{1}{5}$ кг. 10. $\frac{1}{20}$ кг. 12. а) 1;

в) $\frac{1}{13}$; г) $\frac{1}{3}$. 13. а) $2\frac{1}{7}$; б) $6\frac{2}{3}$.

§5. 1. а) 10; б) 32; в) 12; г) 56; е) 24. 2. б) 40; в) 50. 3. 120 страниц. 10. 78 км.
12. 104 см. 13. а) 15. 15. 38 минут. 16. 35 минут. 20. 2 лея. 22. Во втором ведре.

§6. 5. г) 6; д) 9; е) $1\frac{3}{8}$. 6. а) $3\frac{1}{2}$ м; б) 7 м. 7. а) $8\frac{1}{3}$ км; б) $7\frac{3}{5}$ км. 8. а) 9;
б) $5\frac{3}{5}$. 9. а) $10\frac{1}{2}$; б) $1\frac{2}{3}$; в) $1\frac{1}{2}$; г) 2. 10. а) 3; б) $\frac{10}{27}$; в) 18; г) $3\frac{1}{3}$. 11. а) $\frac{11}{64}$;
б) $1\frac{23}{45}$; в) $\frac{5}{9}$. 12. Нет. 13. На 12 км. 14. а) $1\frac{9}{11}$; б) $1\frac{3}{7}$. 15. 105 км.

§7. 4. а) $\frac{3}{22}$; б) $\frac{11}{27}$; в) $\frac{5}{13}$; г) $\frac{5}{14}$. 6. а) $\frac{15}{13}$; б) $\frac{2}{3}$; в) 5; г) $\frac{8}{11}$. 7. а) $\frac{4}{27}$;
б) $\frac{1}{2}$; в) $3\frac{1}{2}$.

§8. 1. д) 3; е) $\frac{15}{16}$; ж) $2\frac{1}{3}$; з) $\frac{1}{4}$. 2. г) $1\frac{1}{7}$; д) $1\frac{2}{7}$; е) $\frac{3}{4}$; ж) $1\frac{2}{3}$; з) 3. 6. $\frac{5}{54}$ м.
7. 75 коробок. 8. $\frac{3}{5}$ м. 10. а) 1; б) $\frac{1}{10}$; в) $4\frac{1}{2}$. 11. 0. 13. 7 учеников. 14. а) 9;
б) $2\frac{1}{2}$; в) $8\frac{1}{4}$; г) $5\frac{17}{22}$. 15. 21. 16. Нет.

Упражнения и задачи для повторения

2. 5 девочек. 3. 9 яблонь. 11. а) 18 апреля, четверг; г) 9 апреля, вторник.
12. а) $2\frac{3}{4}$; в) $3\frac{8}{9}$; д) $3\frac{1}{12}$. 15. а) $\frac{11}{4}$; в) $\frac{45}{7}$. 19. а) $a \in \{8; 9\}$; б) $a \in \{9\}$;
в) $a \in \{4; 5\}$. 21. $1\frac{1}{10}$ л.

Глава 5

§1. 5. б) 0,9; г) 5,24; е) 43,246. 8. б) 3,0; г) 31,0; е) 613,0. 9. б) 0,2;
г) 7,7; е) 70,3. 10. б) 0,09; г) 0,79; е) 7,92; з) 0,002; к) 0,241. 13. б) $\frac{6416}{100}$;
г) $\frac{8008}{1000}$; е) $\frac{33}{100}$; з) $\frac{183}{1000}$; к) $\frac{61}{10}$. 15. б) 2,5; г) 2,25; д) 0,75; ж) 0,04;
и) 0,05. 16. а) 7,3; б) 6,17; в) 482,51. 18. г) $127 + \frac{3}{100} + \frac{7}{10000} + \frac{5}{100000}$.
19. Например, 6,39.

§2. 3. а) Атлас – самый дешевый, книга – самая дорогая. б) 103,25 lei; 103,35 лея;
103,5 лея. 5. б) 0,7; 8,5; 8,503; 8,51; 9,92; 13,1; 15; 15,02. 7. а) Запятую;

б) запятую. 8. а) И; б) Л; в) Л; г) Л; д) Л; е) Л; ж) Л; з) Л. 10. б) Например, 8,1; 8,9; г) например, 6,31; 6,99; е) например, 18,63; 18,68; з) например, 21,11; 21,15. 11. б) $7 < 7,3 < 8$; г) $18 < 18,23 < 19$; е) $3 < 3,128 < 4$. 14. б) Например, $9,226 < 9,335 < 9,412 < 9,7008$. 16. Первая попытка. 18. Голубь, воробей, гриф. 20. в) $26,08 < 26\frac{1}{2}$; г) $37,07 < 37\frac{2}{5}$. 21. а) Не прав; б) не прав. 23. б) Маша, Лена, Ира, Ваня, Денис. 24. б) Например, $0,0033 < 0,00331 < 0,00332 < 0,00333 < 0,00339 < 0,004$. 25. 2,356 – наименьшее число; 653,2 – наибольшее число.

§3. 1. д) ≈ 106 ; е) ≈ 203 ; ж) ≈ 2005 ; з) ≈ 2006 . 2. д) $\approx 104,3$; е) $\approx 234,2$; ж) $\approx 0,9$; з) $\approx 0,8$. 3. д) $\approx 215,04$; е) $\approx 324,05$; ж) $\approx 1,99$; з) $\approx 3,00$. 4. д) ≈ 130 ; е) ≈ 330 ; ж) ≈ 2040 ; з) $\approx 3,060$. 5. ≈ 300 de lei. 6. б) $15 < 15,34 < 16$; г) $217 < 217,63 < 218$; е) $3217 < 3217,29 < 3218$. 10. б) $A(5,51)$, $B(5,53)$, $C(5,57)$, $D(5,58)$. 12. Этой суммы денег не хватит. 15. а) 15,8; б) 27,2; в) 128,9; г) 77,4.

§4. 1. ж) 19,8; з) 31,2; и) 7,053. 3. 503,12 т. 4. е) 17,72; ж) 8,149; з) 38,808. 5. 39,5 га. 6. б) 32,25; в) 27,123; г) 46,194; е) 85,185. 8. 10,8 лея. 9. 27,2 см. 10. а) 645; б) 314,8. 11. б) 18,91; г) 199,86; е) 7 180,2. 12. в) 4 038,22; г) 7 476,29. 14. а) 18,4; б) 45,88. 17. 273,2 см. 19. б) 1386,1 лея. 21. в) Например, $416,3 = 416 + 0,3$; г) например, $416,3 = 500 - 83,7$. 23. $14,126$; $37,157$; $37,157$. 24. Указание. $\overline{a,b} = a + 0,\overline{b}$. 25. Указание. $\overline{x,y} = x + 0,\overline{y}$.

§5. 1. д) 6,3; е) 14,03; ж) 0,372; з) 2,42. 2. 252 кг; 504 кг. 3. д) 0,62; е) 0,688; ж) 18,12; з) 36,66. 5. г) 263; д) 614; е) 88. 6. д) 4 130; е) 8 772; ж) 2 726; з) 768. 8. б) 614,6; 6 146; 61 460; 614 600. 9. б) 0,17; д) 16 040; е) 27 130. 10. б) 1,331; г) 15,625; д) 0,001. 13. в) 411,598; г) 80,3125. 14. б) $0,4^3$. 15. а) 0,1; б) 100; в) 378,72. 17. Камень весом 51 карат. 18. 720 км. 20. а) 111 леев; б) на 2,6 лея. 22. 424,6 км. 26. 750 000 м = 750 км. 27. б) 24,369. 29. а) 70 г = 0,07 кг; б) 18 см = 0,18 м; в) 8 мл = 0,008 л. 31. б) 2,012 м; г) 21,17 м; е) 0,008 м; з) 0,41 м. 32. а) 0,045 г; в) 5,025 г. 35. б) 2 571 264 км. 36. а) 284 820; б) 1980. 38. 28 учеников. 39. а) 9; б) 2.

Упражнения и задачи для повторения

1. а) 867,5; б) 19,94; в) 1; г) 6,43. 2. а) 56,8; б) 4,8. 3. а) 58,2; б) 85,3; в) 613,1; г) 162,85. 5. б) $B = \{0; 45; 90\}$. 6. 731,8 т. 7. 120 леев. 8. 266,45 лея. 9. 100,05 лея. 10. 1 учебник – 23,35 лея; 1 тетрадь – 6,54 лея. 11. 85 леев.

12. Папа – 1115,4 евро; мама – 893,7 евро; сын – 606,6 евро. 15. 68 леев.
 16. 150 леев. 17. На 64,8 км. 18. ≈ 1310 м. 20. 31,5 кг. 21. 10,05; 4,25.
 23. а) 61,2 кг, 55,6 кг, 89,2 кг; б) 194 кг; в) 23 ящика.

Глава 6

- § 1. 10. а) И; б) Л; в) Л; г) Л; д) Л. 11. а) 5,9 см; б) 21,5 см; в) 7,5 см; г) 16,8 см.
 12. а) 4 м; б) 13 м. 13. а) 113 см или 27 см; б) 301 см или 75 см; в) 66,6 см или 8,8 см; г) 112,2 см или 1,2 см.
 14. а) M или N ; б) N или K ; в) M или N ; г) M или K ; д) N или K ; е) M или K .
 15. а) 4; б) 6. 16. 6. 17. а) 10; б) 45. 18. $AB = 12$ см; $CD = 6$ см.

- § 2. 7. а) Развернутый; б) тупой; в) тупой; г) прямой; д) острый; е) острый.
 8. а) Острый; б) острый; в) развернутый; г) прямой; д) тупой; е) тупой.
 9. а) Прямой; б) тупой; в) нулевой; г) развернутый; д) острый. 11. а) G, H, I, J, N, L, O ; б) G, H, B, D, F . 13. Слово ВЕРНО. 14. а) 3; б) 12. 15. а) 6; б) 10.
 16. а) 4; б) 5.

- § 3. 5. а) И; б) И; в) Л; г) И; д) Л. 7. а) b и l ; б) c, d, e, f, g, h, k, m . 8. 3. 9. 3.
 10. а) 3; б) 10; в) 45. 11. 

- § 4. 3. а) 204,1 см; б) 245 см. 4. а) 163 м; б) 76 м. 5. а) Точка C ; б) точка A ; в) точка C . 6. а) 5 см; б) 30 см; в) 1,4 см; г) 7,5 см; д) 17 см.
 7. 2044 см. 8. а) 50 м; б) 25,4 м; в) 38,5 м. 9. Игра. У всех фигур равные периметры. 11. 6 см, 7 см, 8 см. 13. 2 см, 3 см, 4 см, 5 см, 6 см, 7 см, 8 см, 9 см или 10 см. 15. а) И; б) И; в) Л; г) Л. 16. а) 2; б) 5; в) 9.
 17. а) 7 см; б) 2,5 см; в) 3,1 см. 18. а) 50 см; б) 9 см, 11 см, 13 см, 17 см.
 19. 95 см и 37 см. 20. а) 14,5 см; б) 22 см. 21. 20 см. 22. 70 см. 23. 90 см.
 24. На 7 см. 25. 21 м и 84 м. 26. 52 дерева. 27. а) 6 см и 9 см; б) 2 см и 5 см.
 28. 43,2 см, 34,2 см и 21,6 см. 29. 24 см, 16 см, 20 см. 30. 24 см, 18 см, 16 см.
 31. 20 см, 16 см, 25 см.

- § 5. 6. а) И; б) И; в) Л. 7. $\angle AMB, \angle ANB, \angle AKB$. 10. а) 2; б) 6; в) 12. 11. 2450.

- § 6. 6. а) 48 см; б) 16,8 см. 7. а) 74 см; б) 88,8 см. 8. а) И; б) Л; в) И; г) Л.
 9. 41,4 м. 10. а) 4 см; б) 7 см; в) 9 см. 12. а) 8 кубов; б) 64 куба; в) 125 кубов.
 13. 108 кубиков. 14. а) 8 см; б) 5 см. 15. $21\frac{1}{3}$ см. 16. а) 6 см; б) 27.
 17. а) 10 см; б) 16 см. 18. 10,5 см. 19. 6 см – радиус, 10 см – образующая.
 20. 34 см. 21. 48 см. 22. 12 см.

Упражнения и задачи для повторения

5. а) 27 кубиков; б) 216 кубиков. 6. а) 18 см; б) 24 см; в) 31 см. 7. 5,5 кг.
 8. 84 см. 9. 248 м. 10. 1 см и 6 см, 2 см и 5 см, 3 см и 4 см. 11. 83,2 м.
 13. 38 см, 46 см, 18 см. 14. 32 см, 10 см, 20 см, 42 см. 15. 76 см, 48 см, 38 см,
 19 см. 16. 130 см, 156 см, 156 см, 195 см. 17. 82 см и 22 см. 18. а) 240 м;
 б) 270 м. 19. 64 см и 28 см. 21. 17 см, 18 см, 19 см. 22. 49 см, 50 см, 51 см.
 23. 42 см, 42 см, 36 см.

Глава 7

§ 1. 1. $AM = 7 \text{ см} = 70 \text{ мм} = 0,7 \text{ дм}$; $MB = 5 \text{ см} = 50 \text{ мм} = 0,5 \text{ дм}$;
 $AB = 12 \text{ см} = 120 \text{ мм} = 1,2 \text{ дм}$; $CM = 6 \text{ см} = 60 \text{ мм} = 0,6 \text{ дм}$;
 $MD = 4 \text{ см} = 40 \text{ мм} = 0,4 \text{ дм}$; $CD = 10 \text{ см} = 100 \text{ мм} = 1 \text{ дм}$.

а) $AM + MB = AB$; $CM + MD = CD$.

Обобщаем: Пусть XY – отрезок длиной a . Если точка $O \in XY$ и $XO = x$,
 а $OY = y$, то $x + y = a$.

б) $AN = 4 \text{ см}$; $NB = 8 \text{ см}$; $OC = 12 \text{ см}$; $OM = 6 \text{ см}$; $OD = 2 \text{ см}$.

2. а) $1 \text{ км} = 1000 \text{ м} = 10000 \text{ дм} = 100000 \text{ см} = 1000000 \text{ мм}$;
 $0,001 \text{ км} = 1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см} = 1000 \text{ мм}$.

б) $1 \text{ мм} = 0,1 \text{ см} = 0,01 \text{ дм} = 0,001 \text{ м}$; $10 \text{ мм} = 1 \text{ см} = 0,1 \text{ дм} = 0,01 \text{ м}$;
 $100 \text{ мм} = 10 \text{ см} = 1 \text{ дм} = 0,1 \text{ м}$; $1000 \text{ мм} = 100 \text{ см} = 10 \text{ дм} = 1 \text{ м}$.

3. 4808 м (Монблан); 5642 м (Эльбрус); 5895 м (Кибо); 8850 м (Эверест).

4. 6695 км (Нил); 6516 км (Амазонка); 6019 км (Миссисипи); 4102 км (Енисей);
 3690 км (Волга); 2860 км (Дунай).

5. Решение: $7,5 \text{ м} : 6 = 1,25 \text{ м} = 12,5 \text{ дм} = 125 \text{ см} = 1250 \text{ мм}$. 6. 1 м.

Возраст	Средний рост	
	девочки	мальчики
при рождении	5 дм	52 см
6 лет	110 см	11,5 дм
12 лет	1,35 м	1400 мм
14 лет	1620 мм	16,3 дм

До 14 лет мальчики вырастают в среднем на
 $163 \text{ см} - 52 \text{ см} = 111 \text{ см}$.

Девочки вырастают в среднем на
 $162 \text{ см} - 50 \text{ см} = 112 \text{ см}$.

9. $10000 \text{ м} : 50 \text{ м} = 200$ (столбов). 10. а) 0,12 м; 0,6 м; 1 м; 281,6 м; 80 м;
 б) 25 м; 7,5 м; 60 м. 11. а) $158 \text{ см} = 15,8 \text{ дм}$; $182 \text{ мм} = 18,2 \text{ см}$.

б) Решение с пояснением: 1) $100 \text{ см} : 2 = 50 \text{ см}$ – полупериметр прямоугольника; 2) $50 \text{ см} - 33 \text{ см} = 17 \text{ см}$ – ширина прямоугольника.

Решение примером: $100 \text{ см} : 2 - 33 \text{ см} = 17 \text{ см}$. в) 400 м.

12. Решение с пояснением: 1) $2 \cdot 5 \text{ см} = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$ – потеряно при завязывании узлов;

2) $2,75 \text{ м} + 0,1 \text{ м} = 2,85 \text{ м}$ – общая длина трех кусков веревки;

3) $2,85 \text{ м} : 3 = 0,95 \text{ м} = 9 \text{ дм } 5 \text{ см} = 95 \text{ см}$ – длина каждого куска веревки.

13. Решение с пояснением:

1) $2(60 \text{ м} + 45 \text{ м}) = 210 \text{ м}$ – периметр прямоугольника;

2) $210 \text{ м} - 3 \text{ м} = 207 \text{ м}$ – длина забора;

3) $207 \text{ м} : 1 \text{ дм} = 2070 \text{ дм} : 1 \text{ дм} = 2070$ (досок) – требуется.

§ 2. 3. Ватикан: $0,44 \text{ км}^2$; Монако: $2,02 \text{ км}^2$; Бельгия: $30\,528 \text{ км}^2$;

Республика Молдова: $33\,846 \text{ км}^2$; Румыния: $238\,397 \text{ км}^2$;

Украина: $576\,683 \text{ км}^2$. **4.** Ягорлык: 877 га ; Прутул де Жос: $1\,691 \text{ га}$; Кодры: $5\,177 \text{ га}$; Плаул Фагулуй: $5\,642 \text{ га}$; Пэдурия Домняскэ: $5\,736,2 \text{ га}$.

5. ГРЕНЛАНДИЯ.

6.

a	1 см	12 м	1,5 км	2 м	5 см	25 см	1 м	3 км	1,1 см
P_{\square}	4 см	48 м	6 км	8 м	2 дм	1 м	4 м	12 км	4,4 см
A_{\square}	1 см^2	144 м^2	$2,25 \text{ км}^2$	4 м^2	25 см^2	625 см^2	1 м^2	9 км^2	$1,21 \text{ см}^2$

L	5 см	1 м	0,5 дм	3 м	8 см	2 м	5 м
l	2 см	1 дм	3 см	2 м	7 см	5 дм	40 см
P_{\square}	14 см	22 дм	16 см	10 м	3 дм	5 м	10,8 м
A_{\square}	10 см^2	121 дм^2	15 см^2	6 м^2	56 см^2	1 м^2	2 м^2

7. Решение с пояснением:

1) $6 \cdot 2 \text{ м} = 12 \text{ м}$ – длина клумбы;

2) $12 \cdot 2 = 24 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь клумбы;

3) $24 \cdot 3 = 72$ (куста) – посажено.

Решение примером: $6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 72$ (куста).

8. а) Решение с пояснением:

1) $2,5 \cdot 3,5 = 8,75 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь стены;

2) $12 \cdot 0,75 = 9 \text{ (м}^2\text{)}$ – в рулоне;

3) $9 \text{ м}^2 > 8,75 \text{ м}^2$ – хватит рулона обоев.

б) Решение с пояснением:

1) $5 \cdot 5 = 25 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь пола;

2) $5 \cdot 144 = 720$ (досок) – паркета;

3) $4 \cdot 5 = 20$ (м) – плинтуса.

в) Решение с пояснением:

- 1) $20 : 5 = 4$ (м) – ширина пола;
- 2) $4 : 2 = 2$ (полосы) – коврового покрытия по ширине пола;
- 3) $2 \cdot 5 = 10$ (м) – коврового покрытия требуется.

9. а) $\mathcal{P} = 104$ см; $\mathcal{A} = 429$ см²; б) $\mathcal{P} = 88$ м; $\mathcal{A} = 220$ м².

10. Второй портной, так как использовал меньше ткани: $(8 \cdot 3) \text{ м}^2 > (11 \cdot 2) \text{ м}^2$.

§ 3

2.

Ребро куба	6 см	8 дм	0,7 м = 7 дм	3 см	5 дм	0,2 м
Объем куба	216 см ³	512 дм ³	243 дм ³	27 см ³	125 дм ³	0,008 м ³

Длина основания кубоида	3 см	5 дм = 50 см	0,6 м = 6 дм	3 см	20 дм = 2 м	4 м
Ширина основания кубоида	2 см	5 см	4 дм	2 см	10 дм = 1 м	2 м
Высота кубоида	4 см	2,5 дм = 25 см	30 см = 3 дм	1 см	1 м	1,5 м
Объем кубоида	24 см ³	6 250 см ³	72 дм ³	6 см ³	2 м ³	12 м ³

3. а) 108 300 000 000 км³; б) 0,18 км³ и 0,6 км³; в) 0,002521 км³.

4. а) СТЕР; б) ШТОФ. 5. а) 64 см³;

б) Решение с пояснением:

- 1) $20 \text{ дм} : 4 = 5 \text{ дм}$ – длина ребра куба;
- 2) $\mathcal{V} = 5^3 \text{ дм}^3 = 125 \text{ дм}^3$.

в) Решение с пояснением:

- 1) $36 \text{ см} : 12 = 3 \text{ см}$ – длина ребра куба;
- 2) $\mathcal{V} = 3^3 \text{ см}^3 = 27 \text{ см}^3$. **г) 8 дм³.**

9. а) Решение: 1) $\mathcal{V}_{\text{коробки}} = 2^3 \text{ дм}^3 = 8 \text{ дм}^3$;

2) $\mathcal{V}_{\text{ящика}} = 1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$; 3) $1000 : 8 = 25$ (коробок). **б) 1000 коробок.**

в) Решение: 1) $\mathcal{V}_{\text{ящика}} = (5 \cdot 20 \cdot 4,2) \text{ дм}^3 = 420 \text{ дм}^3$; 2) $420 : 8 = 50$, остаток 2 – вмещаются 50 коробок.

13. Решение с пояснением:

- 1) $12 \text{ ч} = 12 \cdot 60 \text{ мин} = 720 \text{ мин}$ – время, за которое вытекала вода;
- 2) $720 \cdot 120 = 86400$ (капель) – всего вытекло;
- 3) $86400 : 3600 = 24$ (л) – утечка.

14. Решение с пояснением: 1) $24 \text{ ч} : 6 \text{ ч} = 4$ (раза) – вытекло воды за время, вчетверо меньше 24 ч; 2) $30\,000 \text{ л} : 4 = 7\,500 \text{ л}$ – утечка.

Дополнительное задание: $7\,500 : 75 = 100 \text{ мин} = 1 \text{ ч } 40 \text{ мин}$.

§ 4. 3. 5,1 кг. **4. а)** $250 \text{ г} = 200 \text{ г} + 50 \text{ г}$; **б)** $1,5 \text{ кг} = 3 \cdot 500 \text{ г}$;

в) $0,6 \text{ кг} = 500 \text{ г} + 100 \text{ г}$; **г)** $183 \text{ г} = 100 \text{ г} + 50 \text{ г} + 3 \cdot 10 \text{ г} + 3 \cdot 1 \text{ г}$;

д) $92 \text{ г} = 50 \text{ г} + 4 \cdot 10 \text{ г} + 2 \cdot 1 \text{ г}$.

6. а) Решение с пояснением: 1) $15 \cdot 30 = 450$ (кг) – сахара;

2) $22 \cdot 20 = 440$ (кг) – риса;

3) $450 + 440 = 890$ (кг) – всего;

4) $1,25 \text{ т} = 1\,250 \text{ кг}$; $890 \text{ кг} < 1\,250 \text{ кг}$.

Ответ: Заказанный товар можно перевезти за один рейс.

7. Решение с пояснением: 1) $6 \cdot 45 = 270$ (кг) – необходимо;

2) $270 : 5 = 54$ (м^2) – площадь участка.

8. Решение с пояснением: 1) $50 \cdot 120 = 6\,000$ (см^2) – площадь основания;

2) $50 \cdot 30 = 1\,500$ (см^2) – площадь передней грани;

3) $30 \cdot 120 = 3\,600$ (см^2) – площадь боковой грани;

4) $2 \cdot (6\,000 + 1\,500 + 3\,600) = 22\,200$ (см^2) – общая площадь;

5) $22\,200 : 100 \cdot 3 = 666$ (г) – краски. **9.** $4\,070 \text{ г} = 4,07 \text{ кг}$.

§ 5. 10. $3 \cdot 2,5 \text{ ч} = 7,5 \text{ ч}$. **11.** Первый интервал длится с 10:00 до 13:00.

Второй интервал длится с 15:00 до 21:00.

12.

Город	Кишинев	Москва	Лондон	Париж
Местное время	12:00	13:00	10:00	11:00
	11:00	12:00	09:00	10:00
	01:00	02:00	23:00	00:00

а) 1 ч 55 мин; **б)** 08:25.

13. 90 мин = 1 ч 30 мин = 1,5 ч. **14.** 9 ч.

15. а) 265 мин = 4 ч 25 мин; **б)** 1 ч 30 мин = 1,5 ч.

§ 6. Работайте в парах! **б)** 1981 лей 98 банов. **6.** Да. **7.** 88 книг.

Упражнения и задачи для повторения

11. а) 18 000 плиток; 14 400 плиток; **б)** 360 000 л; **в)** 3 726 леев.

13. На 60 ар; в 4 раза. **16.** 2,7 м. **17.** 44 грошика.

Содержание

Глава 1. Натуральные числа.	
Повторение и дополнение	
§ 1. Чтение и запись натуральных чисел	3
§ 2. Сравнение, упорядочивание и приближение натуральных чисел ...	8
§ 3. Сложение и вычитание натуральных чисел	16
§ 4. Умножение натуральных чисел	22
§ 5. Возведение в степень	29
§ 6. Деление натуральных чисел	34
§ 7. Порядок выполнения действий	41
§ 8. Решение задач на множестве натуральных чисел: метод обратного хода; метод приведения к единице	43
<i>Задания для осмысления</i>	48
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ..	49
<i>Итоговый тест</i>	53
Глава 2. Множества	
§ 1. Множества	54
§ 2. Способы задания множества	56
<i>Задания для осмысления</i>	60
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ..	61
<i>Итоговый тест</i>	63
Глава 3. Делимость	
§ 1. Делитель. Кратное	64
§ 2. Признаки делимости	69
<i>Задания для осмысления</i>	75
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ..	76
<i>Итоговый тест</i>	79
Глава 4. Обыкновенные дроби	
§ 1. Понятие дроби	80
§ 2. Сравнение дробей	88
§ 3. Сложение дробей	96
§ 4. Вычитание дробей	100
§ 5. Нахождение дроби от числа	104
§ 6. Умножение дробей	108
§ 7. Взаимно обратные числа (дроби) ...	112
§ 8. Деление дробей	114
<i>Задания для осмысления</i>	118
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ...	119
<i>Итоговый тест</i>	122
Глава 5. Десятичные числа	
§ 1. Понятие десятичного числа	123
§ 2. Сравнение десятичных чисел	129
§ 3. Округление десятичных чисел	134
§ 4. Сложение и вычитание десятичных чисел	137
§ 5. Умножение, деление и возведение в степень десятичных чисел	143
<i>Задания для осмысления</i>	154
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ...	155
<i>Итоговый тест</i>	157
Глава 6. Элементы геометрии	
§ 1. Точка и прямая	158
§ 2. Углы	164
§ 3. Взаимное расположение двух прямых	168
§ 4. Треугольники и четырехугольники ...	171
§ 5. Окружность	177
§ 6. Геометрические тела	179
<i>Задания для осмысления</i>	184
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ...	185
<i>Итоговый тест</i>	189
Глава 7. Единицы измерения	
§ 1. Единицы измерения длины	190
§ 2. Единицы измерения площади	194
§ 3. Единицы измерения объема	198
§ 4. Единицы измерения массы	203
§ 5. Единицы измерения времени	206
§ 6. Денежные единицы	210
<i>Задания для осмысления</i>	212
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ...	213
<i>Итоговый тест</i>	217
Ответы	218

Математика

Учебник
5
КЛАСС



Издательство **Prut** предлагает
для V класса серию книг по математике:

Учебник

Сборник задач и упражнений

Пособие для учителей

ISBN 978-9975-54-523-5



9 789975 545235

www.edituraprut.md